Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;2;1)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;2;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-5;6)$, $\boldsymbol{b}(3;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;1;9)$, $B(2;-5;9)$, $C(3;-4;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-3;8;-9)$, $B(-8;14;-13)$, $C(-4;9;-6)$, $D(-4;10;-13)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-6;-5)$, $B(-8;-5;-7)$, $C(-3;-8;-4)$, $S(-8;-1;-4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;1;4)$ параллельно плоскости $-x+y=-7$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{2} = \frac{y+3}{-9} = \frac{z-6}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;8;0)$, $B(11;9;2)$, $C(1;6;-5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ -4x + 4y + z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-26;-16;27)$ на плоскость $9x + 5y - 10z - 34 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-6} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; -2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -2; -5)$, $\boldsymbol{c}(-2; -3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3; -5; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5; 9; -3)$, $\boldsymbol{b}(-6; -1; -5)$, $\boldsymbol{c}(-3; -3; -2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 9; 8)$, $B(10; 4; 8)$, $C(10; 10; 9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-9; 3; 2)$, $B(-8; -1; 9)$, $D(-11; 4; -8)$, $A_1(-8; 3; 7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; -10; 8)$, $B(-8; -8; 9)$, $C(-12; -5; 11)$, и найти расстояние от точки $S(0; -2; 0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; 3; 0)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x + 4y + z = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 5; 3)$, $B(3; 6; 8)$, $C(14; 3; -6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -10x - y - z - 19 = 0 \\ 3x + y \qquad - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2; 16; -2)$ относительно плоскости $x + 8y + z + 37 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y-7}{-8} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;5)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;4)$, $\boldsymbol{c}(1;2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-2;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;-8;-1)$, $\boldsymbol{c}(-4;3;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;8;0)$, $B(7;7;-1)$, $C(-4;13;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(5;-6;-6)$, $A_2(6;-5;-8)$, $A_3(13;-3;-12)$, $A_4(13;-5;-11)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;-1;8)$, $B(13;1;7)$, $C(9;0;8)$, $S(6;3;-6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;6;7)$ параллельно прямым $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+1}{0}$ и $\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;9;1)$, $B(6;8;4)$, $C(4;11;-3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 8y \qquad + 29 = 0 \\ x + 5y + z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;7;-13)$ относительно плоскости $y - 5z = 7$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 4y - z + 8 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(3;-1;-5)$, $\boldsymbol{c}(3;-5;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;7;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;1;1)$, $\boldsymbol{b}(-4;4;3)$, $\boldsymbol{c}(0;-2;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;0)$, $B(6;3;-2)$, $C(4;6;-3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(9;2;5)$, $B(6;-2;10)$, $D(8;3;3)$, $E(7;-5;15)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;0;9)$, $B(7;-2;9)$, $C(8;-3;10)$, $S(-4;-7;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;-1;1)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 2y - 9z = -6$ и $-x + y - 8z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;4;2)$, $B(6;-3;-1)$, $C(-6;14;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x + 3y + z - 22 = 0 \\ -2x - 4y + z + 26 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-23;-17;-19)$ на плоскость $5x + 8y + 7z = 30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 4y - 2z - 4 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;5;-4)$, $\boldsymbol{b}(0;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-4;-3;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;0;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3;1;3)$, $\boldsymbol{b}(5;-2;-5)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;9;5)$, $B(8;10;5)$, $C(13;11;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0;5;-9)$, $B(-3;4;-9)$, $D(7;9;-10)$, $A_1(-2;0;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;5;9)$, $B(-6;2;14)$, $C(-6;3;13)$, $S(8;-8;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;3;-7)$ параллельно плоскости $-x + y - z = 1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-5} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+4}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;8;3)$, $B(-2;5;4)$, $C(-4;4;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 2y - 3z + 26 = 0 \\ -x + y - z + 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-10;14;-2)$ на плоскость $-3x + 9y + 2z = -36$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - z - 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;0)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;2;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -8\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;2;-8)$, $\boldsymbol{b}(4;3;-7)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;9;6)$, $B(10;6;10)$, $C(3;14;-1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(3;4;5)$, $Q(8;0;2)$, $R(2;7;6)$, $S(8;1;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;8;-3)$, $B(-5;9;-5)$, $C(-7;5;0)$, и найти расстояние от точки $S(4;-3;3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-6;-5)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 5y = 7$ и $-2x + 3y - z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;1;5)$, $B(-3;0;6)$, $C(-2;0;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x - 2y + z - 1 = 0 \\ -x - y + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-16;-11;4)$ на плоскость $4x + 3y - 3z + 41 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{3}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y - z = 7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; -1; 6)$, $\boldsymbol{b}(-4; 1; 6)$, $\boldsymbol{c}(-1; -3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3; -2; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6; 2; 3)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; -3)$, $\boldsymbol{c}(15; -3; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 0; 6)$, $B(8; -7; 10)$, $C(7; -6; 9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(0; 1; 0)$, $A_2(-2; 2; 4)$, $A_3(-5; 3; 9)$, $A_4(5; -1; 9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; 8; 9)$, $B(-3; 14; 7)$, $C(5; 1; 12)$, $S(3; 0; 3)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9; 5; 0)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{-5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + 2y + z = -5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 3; 1)$, $B(3; 6; 0)$, $C(-2; -1; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 8x + y \qquad + 27 = 0 \\ 5x + y + z + 21 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(13; -20; 21)$ на плоскость $x - 7y + 9z + 51 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + 2z = -8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4; -1; 5)$, $\boldsymbol{b}(2; -2; 1)$, $\boldsymbol{c}(3; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; -8; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2; 5; 7)$, $\boldsymbol{b}(5; -1; 2)$, $\boldsymbol{c}(-5; -1; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 9; 0)$, $B(7; 19; 0)$, $C(7; 16; 1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0; 2; 8)$, $A_2(-4; -1; 13)$, $A_4(-3; -1; 13)$, $B_1(-4; 1; 11)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0; 10; -9)$, $B(1; 9; -8)$, $C(2; 15; -6)$, $S(7; 0; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3; 1; -5)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + y - z = -4$ и $-x + 2y - z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 0; 1)$, $B(-1; 3; -3)$, $C(15; -4; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x - 4y - 3z + 10 = 0 \\ 6x + 3y + 2z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(30; 29; 23)$ на плоскость $9x + 9y + 4z = -89$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + y + 2z - 11 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;0;5)$, $\boldsymbol{b}(-2;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;-7;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-4;7;-4)$, $\boldsymbol{b}(-3;7;-5)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;8;1)$, $B(10;13;0)$, $C(7;6;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-9;-8;-9)$, $B(-8;-5;-14)$, $D(-2;-1;-19)$, $E(-8;-9;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;-6;1)$, $B(9;-8;2)$, $C(0;-7;1)$, $S(-1;0;-1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(7;10;-6)$ параллельно плоскости $5x - 2y + 5z + 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-6}{-3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;0;4)$, $B(5;-1;8)$, $C(0;1;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 4y + z - 21 = 0 \\ -x - 5y \qquad + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;5;-5)$ относительно плоскости $3y - z = 5$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 7z = -11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AB в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 3; 1)$, $\boldsymbol{b}(-3; -4; 3)$, $\boldsymbol{c}(4; 4; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8; 9; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4; 4; 1)$, $\boldsymbol{b}(5; -6; -1)$, $\boldsymbol{c}(-15; 22; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 4; 8)$, $B(0; 6; 12)$, $C(0; 3; 11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-7; 3; 1)$, $B(-4; 0; -7)$, $C(-4; -6; 0)$, $D(-6; 2; -2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10; -2; -9)$, $B(11; 1; -9)$, $C(9; 0; -8)$, и найти расстояние от точки $S(3; -6; -2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8; 3; -7)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-6}{0}$ и $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z+7}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 6; 5)$, $B(2; 5; 4)$, $C(5; 7; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y - z - 17 = 0 \\ x - y \qquad - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-13; -31; -22)$ на плоскость $-5x - 8y - 10z = -34$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -4x - 5y - 3z + 4 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;0;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(2;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;-15;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;3;5)$, $B(-1;2;5)$, $C(5;4;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-9;-3;-3)$, $B(-6;-10;0)$, $C(-9;-1;-6)$, $D(-7;-13;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10;3;1)$, $B(-8;4;2)$, $C(-7;5;7)$, $S(1;7;-2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-10;0)$ перпендикулярно плоскостям $3x + y - z = 2$ и $-2x - 2y + 3z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;4;0)$, $B(11;7;8)$, $C(4;3;-3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y + 2z + 2 = 0 \\ x + 3y + 5z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-13;39;-26)$ на плоскость $2x - 8y + 5z = -96$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+6}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - 2z - 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;0;-1)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(6;-2;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;2;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -8\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-2;-5)$, $\boldsymbol{b}(-11;3;11)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;1;2)$, $B(5;0;2)$, $C(1;8;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-3;0;3)$, $B(-1;1;5)$, $D(-8;0;-4)$, $A_1(-4;-2;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7;-3;1)$, $B(10;-1;-6)$, $C(8;-2;-2)$, $S(-3;3;-4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-6;3)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+7}{-7}$ и перпендикулярно плоскости $x + y + 3z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;1)$, $B(6;2;0)$, $C(9;4;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 8y - z - 11 = 0 \\ -x + y + z - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-13;-11;-9)$ относительно плоскости $-7x - 8y - 9z = -31$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -7x - 2y + 3z = -14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(0;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;8;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 5\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-4;1)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;5)$, $\boldsymbol{c}(1;2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;8;3)$, $B(2;11;3)$, $C(2;3;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(3;-5;-1)$, $Q(2;-8;4)$, $R(0;-13;12)$, $S(0;-13;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8;-6;-1)$, $B(9;-7;0)$, $C(7;-4;4)$, и найти расстояние от точки $S(7;0;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-3;3)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 5y + z = 4$ и $-x - 2y = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;7;9)$, $B(2;3;11)$, $C(3;4;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 3y \qquad - 19 = 0 \\ x + 2y + z - 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-16;21;16)$ на плоскость $6x - 6y - 7z = 29$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y - z = 14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-3;3;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;3;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-12;-6;5)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(7;6;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;7;8)$, $B(6;8;8)$, $C(9;5;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-6;5;-7)$, $B(-8;-4;0)$, $D(-7;3;-5)$, $E(-5;-5;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;-9;-6)$, $B(-5;-8;-9)$, $C(-6;-8;-8)$, $S(3;1;2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-1;3)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+3}{2}$ и $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+3}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;2;5)$, $B(6;-3;9)$, $C(6;-2;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x - y + 3z + 21 = 0 \\ 4x - y + 2z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;4;-3)$ относительно плоскости $6x + 5y + 3z + 12 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - 4y - z = -3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; 1; -1)$, $\boldsymbol{b}(1; 1; 5)$, $\boldsymbol{c}(5; -2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -2; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1; 2; 3)$, $\boldsymbol{b}(1; -3; -1)$, $\boldsymbol{c}(1; -10; -12)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 9; 2)$, $B(2; 14; 7)$, $C(1; 11; 5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(2; 7; 8)$, $A_2(4; -1; 7)$, $A_3(0; -2; 11)$, $A_4(3; 12; 6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 10; 1)$, $B(-5; 9; 2)$, $C(-13; 8; 2)$, и найти расстояние от точки $S(7; -3; 4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1; 5; -6)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $2x - 2y + z - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 8; 7)$, $B(4; 11; 9)$, $C(4; 10; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 5z + 20 = 0 \\ x + 2y + 3z + 21 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(0; -11; 5)$ на плоскость $x + 4y + z = 15$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y - 5z + 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 0; -3)$, $\boldsymbol{b}(-1; -1; 3)$, $\boldsymbol{c}(2; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; 4; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1; -4; -3)$, $\boldsymbol{b}(-2; 2; 3)$, $\boldsymbol{c}(10; -3; -12)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 5)$, $B(5; 0; 7)$, $C(4; -5; 8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-1; 7; 2)$, $B(-3; 11; -7)$, $D(-2; 7; 0)$, $E(1; 4; 10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 4; 6)$, $B(-2; 5; 7)$, $C(-4; 5; 8)$, $S(-1; 0; -6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10; 2; 7)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y - z = 7$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 0; 7)$, $B(4; -1; 10)$, $C(5; -1; 9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -10x + 2y + z - 14 = 0 \\ -3x + y + z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1; -2; -1)$ относительно плоскости $5x + 2y - 3z - 23 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - 2z - 1 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;4;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;-5;-4)$, $\boldsymbol{b}(5;-7;-6)$, $\boldsymbol{c}(-13;6;9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;3;1)$, $B(4;-2;0)$, $C(2;7;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(2;6;2)$, $B(2;13;-6)$, $C(4;1;11)$, $D(3;5;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;7;-7)$, $B(8;8;-8)$, $C(7;9;-7)$, и найти расстояние от точки $S(2;-7;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-1;4)$ параллельно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-8} = \frac{z+3}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x - 9y + z = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;3;9)$, $B(-1;6;-1)$, $C(1;5;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 2y - 7z - 25 = 0 \\ -x + y - 3z - 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-13;13;-14)$ относительно плоскости $-7x + 4y - 7z + 44 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z}{5}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = -6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; 4)$, $\boldsymbol{c}(-3; -1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; -5; -6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3; -2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; 1; 1)$, $\boldsymbol{c}(-1; -1; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 8; 2)$, $B(7; 9; 2)$, $C(6; 9; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(7; -7; 0)$, $A_2(12; -9; 4)$, $A_4(3; -6; -4)$, $B_1(15; -9; 7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -5; 2)$, $B(7; -3; 1)$, $C(0; -4; 2)$, $S(2; 0; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-6; 8; 0)$ параллельно плоскости $2x - y - 8z + 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 1; 1)$, $B(4; -1; -3)$, $C(4; 0; -2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 8y - 2z - 8 = 0 \\ x - 9y + z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(9; -17; 14)$ относительно плоскости $-4x + 5y - 5z = -26$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + 4z - 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;2;1)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;-3)$, $\boldsymbol{c}(3;1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-8;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-4;-4)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;5;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;5;2)$, $B(-3;2;9)$, $C(0;4;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(4;5;-7)$, $B(-5;6;-11)$, $D(-1;7;-8)$, $A_1(1;4;-9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;-9;6)$, $B(5;-11;5)$, $C(7;-8;6)$, $S(6;-4;4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;-6;0)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 2y - 7z + 2 = 0$ и $x + y + 5z - 8 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;4;9)$, $B(6;5;8)$, $C(8;6;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y - 2z + 11 = 0 \\ 3x + 2y - z - 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-10;16;-15)$ относительно плоскости $8x - 9y + 9z = -20$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-6}{4} = \frac{y+8}{4} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi: -x + y - 2z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 0; -3)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; -1)$, $\boldsymbol{c}(-1; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6; -3; -6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4; 2; 3)$, $\boldsymbol{b}(5; -12; 1)$, $\boldsymbol{c}(-4; 3; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 2; 8)$, $B(12; 3; 2)$, $C(11; 3; 1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-2; -3; 6)$, $B(-3; 0; 8)$, $C(-1; -5; 5)$, $D(-6; -12; 11)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; 4; -1)$, $B(-4; 3; -2)$, $C(-9; 3; -3)$, $S(5; 7; -8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; -3; -9)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-4}{-1}$ и $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 6; 0)$, $B(-1; 3; 7)$, $C(-2; 2; 9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 4x + y + z - 4 = 0 \\ 7x + 2y + 3z - 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-16; 7; -7)$ на плоскость $-7x + 6y - 6z + 46 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-4} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - z = -7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(-5;4;4)$, $\boldsymbol{c}(4;-3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-7;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-1;-5)$, $\boldsymbol{b}(-5;-7;-3)$, $\boldsymbol{c}(0;2;15)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;6;4)$, $B(6;10;-3)$, $C(6;11;-5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-7;-8;0)$, $A_2(-8;-12;1)$, $A_4(2;-5;-4)$, $B_1(-8;-11;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;-3;0)$, $B(4;-1;1)$, $C(1;0;2)$, и найти расстояние от точки $S(2;-3;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;-2;-3)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{-1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{-4}$ и $\frac{x}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-5}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;7;9)$, $B(5;9;10)$, $C(4;10;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 6z + 28 = 0 \\ -2x - y - 5z - 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-6;-1;-12)$ относительно плоскости $-5x - 2y - 7z = -1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{2}$ и плоскостью $\pi : 4x + y - z = 8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(3;6;5)$, $\boldsymbol{c}(2;3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-9;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 6\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-4;6;5)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;5;2)$, $B(-1;4;3)$, $C(-1;3;11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-1;0;-6)$, $B(-2;2;-7)$, $C(-11;7;-8)$, $D(-3;3;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;4;-6)$, $B(0;6;-11)$, $C(-5;3;-4)$, $S(0;3;6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-6;3)$ параллельно прямым $\frac{x}{5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-1}$ и $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;9;2)$, $B(14;13;5)$, $C(5;6;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 3y + z + 1 = 0 \\ 2x - y \qquad + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-9;-2;8)$ относительно плоскости $-8x - y + 3z = -13$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-3} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y + z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-6;3)$, $\boldsymbol{b}(0;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-7;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(6;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-5;6;5)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;2;5)$, $B(1;6;5)$, $C(2;5;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-3;3;2)$, $B(-2;4;7)$, $D(-6;-1;-3)$, $A_1(-5;0;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;1;9)$, $B(0;2;9)$, $C(5;3;10)$, и найти расстояние от точки $S(1;0;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;-1;-7)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 8y + 5z - 2 = 0$ и $x + 5y + 2z + 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;5;5)$, $B(5;2;7)$, $C(2;4;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 2y + z - 17 = 0 \\ -5x - 3y - z + 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-5;-6;6)$ на плоскость $-x + 3y - z = 25$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + 2z - 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 4; 0)$, $\boldsymbol{b}(1; -1; 2)$, $\boldsymbol{c}(2; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3; -4; 6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(4; -3; -2)$, $\boldsymbol{b}(-2; 2; 1)$, $\boldsymbol{c}(-7; 5; -2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 5; 2)$, $B(2; 6; 3)$, $C(13; 4; 2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-2; 3; -2)$, $B(-1; 3; -7)$, $D(-4; 6; -1)$, $A_1(-3; 5; -1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 3; 7)$, $B(-7; 4; 5)$, $C(0; 2; 10)$, $S(-6; 5; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8; 7; 1)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+7}{1}$ и $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 5; 4)$, $B(0; -4; 8)$, $C(4; 3; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 9y \qquad - 6 = 0 \\ x - 8y + z - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1; 8; -1)$ относительно плоскости $3x + 7y - 4z - 26 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -4x + 4y + 2z - 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 6; 5)$, $\boldsymbol{b}(-5; 5; 4)$, $\boldsymbol{c}(2; 1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8; 2; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2; 0; -1)$, $\boldsymbol{b}(-4; -1; -4)$, $\boldsymbol{c}(-3; -1; -2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 4; 3)$, $B(6; -3; 1)$, $C(8; 8; 4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-9; 3; -5)$, $Q(-7; 5; -4)$, $R(-8; 0; -6)$, $S(-9; -4; -8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 1; -9)$, $B(-4; 2; -9)$, $C(2; 3; -8)$, $S(0; 0; -8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; 7; -7)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{0}$ и $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-6}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 5; 8)$, $B(8; 2; 10)$, $C(8; 3; 9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -\ x + 6y + z + 5 = 0 \\ -2x + 5y + z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(9; 24; -21)$ относительно плоскости $5x + 8y - 9z = 1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-3}$ и плоскостью $\pi : 3x - y - z = -4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-3;-4)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;6;6)$, $B(7;7;4)$, $C(8;12;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;6;-3)$, $B(2;10;-6)$, $D(5;2;0)$, $E(-2;3;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10;-4;-4)$, $B(12;1;-3)$, $C(11;-6;-3)$, $S(0;-7;5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;5;9)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{-6} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+2}{-1}$ и $\frac{x+7}{7} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+8}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;5;1)$, $B(0;6;-1)$, $C(2;3;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 2z - 15 = 0 \\ 2x + 3y - 3z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-38;12;-15)$ на плоскость $7x - 5y + 4z = -26$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + 2z + 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; -5; -5)$, $\boldsymbol{b}(3; 2; 0)$, $\boldsymbol{c}(-5; -6; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -2; -8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 8\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2; 4; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -4; 3)$, $\boldsymbol{c}(4; -3; 0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 5)$, $B(15; 4; 6)$, $C(16; 4; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-7; -7; 8)$, $Q(-10; -12; 12)$, $R(-10; -6; 9)$, $S(-8; -15; 13)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; 10; -1)$, $B(0; 11; -1)$, $C(1; 11; 0)$, $S(-5; 1; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4; -3; -7)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - y = -5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 7; 4)$, $B(6; 4; 11)$, $C(8; 9; -1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + 3y - 6z - 4 = 0 \\ -x + y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-25; -2; -27)$ на плоскость $-10x - 3y - 6z + 17 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+4}{-5}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;3;3)$, $\boldsymbol{b}(1;2;1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;1;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(3;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(0;-4;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;5;9)$, $B(-1;6;10)$, $C(7;6;11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(4;-1;11)$, $B(5;2;9)$, $C(-3;-3;12)$, $D(1;2;8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;-2;-3)$, $B(5;-5;-2)$, $C(2;3;-3)$, $S(-1;6;8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;10;4)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + y + 2z + 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;9;9)$, $B(1;11;6)$, $C(0;12;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y - z - 6 = 0 \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2;-31;33)$ на плоскость $-3x - 8y + 9z = -65$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : 4x - 4y - z + 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-4;-3;-6)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-2;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;9;2)$, $B(7;12;3)$, $C(6;13;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-7;7;8)$, $A_2(-8;3;3)$, $A_3(-6;8;11)$, $A_4(-9;8;5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2;-7;1)$, $B(-3;-6;0)$, $C(0;-5;2)$, $S(5;-1;-2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;4;1)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{8}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y + 7z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;4;0)$, $B(7;2;-3)$, $C(10;-3;-10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -7x + y \qquad + 5 = 0 \\ -2x + y + z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(7;-37;-17)$ на плоскость $-3x + 10y + 5z - 60 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi: x - y + 2z = 10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-2;4)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-2;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;7;-1)$, $\boldsymbol{c}(9;-16;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;9;4)$, $B(7;0;4)$, $C(5;19;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-4;-7;1)$, $B(-2;-8;2)$, $D(-6;-5;-2)$, $A_1(-1;-12;7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;5;6)$, $B(2;6;7)$, $C(1;6;8)$, и найти расстояние от точки $S(0;6;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(10;-8;-6)$ параллельно плоскости $x + 3y = -6$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;0;2)$, $B(3;6;-5)$, $C(3;5;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + y + z - 14 = 0 \\ x - 2y - z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-17;1;13)$ относительно плоскости $5x - 2y - 7z = 17$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+5}{-4} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi: 2x - y + 2z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;2;-5)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;1;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + 5\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-6;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(3;1;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;3;0)$, $B(3;4;1)$, $C(8;7;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0;-9;7)$, $A_2(-2;-9;8)$, $A_4(5;0;2)$, $B_1(-3;-8;8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;6;-1)$, $B(-6;8;-3)$, $C(-8;5;2)$, $S(6;6;-1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(0;-9;-10)$ параллельно плоскости $2x + 5y - 4z + 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{3} = \frac{y+4}{8} = \frac{z-1}{-5}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;6;6)$, $B(0;8;-2)$, $C(4;5;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y - 2z - 17 = 0 \\ -x - 2y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(17;-25;-20)$ на плоскость $9x - 8y - 6z + 70 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - z + 1 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AB в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(5;0;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;-2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-5;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;2)$, $\boldsymbol{b}(3;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;0;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;3;6)$, $B(8;-2;4)$, $C(7;0;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-6;-7;-6)$, $A_2(-6;-6;1)$, $A_4(-7;-7;-9)$, $B_1(-3;-9;-14)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;3;-3)$, $B(5;4;-4)$, $C(6;5;-4)$, и найти расстояние от точки $S(3;6;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-5;5)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+8}{0}$ и $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;8;8)$, $B(9;7;11)$, $C(6;11;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 4y - 9z - 4 = 0 \\ 2x + 3y - 5z - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;26;-21)$ относительно плоскости $2x - 9y + 9z + 12 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - y - 2z = 10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-4;-3)$, $\boldsymbol{b}(-2;5;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;0;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;5;5)$, $\boldsymbol{b}(-3;-5;-4)$, $\boldsymbol{c}(-13;-5;-15)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;0;1)$, $B(6;3;1)$, $C(6;-5;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(7;5;0)$, $B(11;8;6)$, $D(10;7;4)$, $E(12;9;7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;2;-1)$, $B(2;11;0)$, $C(1;10;0)$, и найти расстояние от точки $S(-4;6;2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5;-10;-2)$ параллельно плоскости $-3x + 3y + z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;4;8)$, $B(8;7;7)$, $C(11;9;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -6x - y - z + 17 = 0 \\ -x + y - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(13;-1;13)$ на плоскость $2x + 2y + 5z + 43 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : -5x - 2y - 4z = 3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;5;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(1;2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-1;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(17;17;6)$, $\boldsymbol{c}(-5;-5;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;7;3)$, $B(7;0;3)$, $C(5;13;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(0;2;5)$, $A_2(0;3;7)$, $A_3(1;2;8)$, $A_4(2;-1;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;3;1)$, $B(-3;5;0)$, $C(-2;2;2)$, и найти расстояние от точки $S(3;-2;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;-1;9)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $3x + y = 7$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;7;9)$, $B(2;17;5)$, $C(11;4;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 2y + z + 7 = 0 \\ -x - 3y - 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-5;-9;-21)$ на плоскость $-x - 6y - 6z + 34 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+6}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - 5z = 12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(5;3;-4)$, $\boldsymbol{c}(4;3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;4;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;5;-3)$, $\boldsymbol{b}(-4;4;5)$, $\boldsymbol{c}(4;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;4;2)$, $B(13;6;-1)$, $C(4;3;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5;9;2)$, $B(-1;8;7)$, $D(-2;7;4)$, $A_1(8;11;6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-7;-5)$, $B(-7;-9;-2)$, $C(-5;-6;-10)$, $S(-2;1;-3)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;4;-7)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x - y = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;7;8)$, $B(11;8;8)$, $C(16;11;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 3y \phantom{{}+z} - 11 = 0 \\ x - 2y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-3;5;-30)$ на плоскость $2x - 5y + 9z = 29$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-3} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - 2z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6; -3; -4)$, $\boldsymbol{b}(1; 5; 1)$, $\boldsymbol{c}(5; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; 9; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-7; 18; -3)$, $\boldsymbol{b}(4; -6; -1)$, $\boldsymbol{c}(4; -7; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 8; 7)$, $B(1; 4; 6)$, $C(4; 7; 8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-6; 9; 8)$, $B(-11; 7; 11)$, $C(-8; 5; 9)$, $D(-7; 0; 9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; -1; 0)$, $B(12; 2; 4)$, $C(11; 0; 3)$, $S(6; -4; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; 8; 7)$ параллельно плоскости $7x + y - 2z = 1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 7; 8)$, $B(1; 11; 7)$, $C(-3; 14; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 2z - 7 = 0 \\ -x + 2y - 5z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(27; -24; 4)$ на плоскость $-9x + 8y - 3z + 139 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - 3z - 8 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;0;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;-3;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-8;5;-2)$, $\boldsymbol{b}(-6;6;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;5;7)$, $B(3;4;6)$, $C(11;6;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(9;0;1)$, $B(10;2;1)$, $D(10;-3;-2)$, $A_1(13;0;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;-2;-4)$, $B(2;0;-3)$, $C(1;-1;-3)$, $S(-1;-3;4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;1;3)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y + z = 7$ и $-3x - 3y - z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;4;6)$, $B(4;6;3)$, $C(6;1;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 9x + y + 2z - 3 = 0 \\ -2x - y - z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;2;-3)$ относительно плоскости $x + y + 2z + 3 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 4y - 2z + 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -3; -2)$, $\boldsymbol{b}(2; 0; 1)$, $\boldsymbol{c}(2; 2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; 6; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; 3; -2)$, $\boldsymbol{c}(-3; -3; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 8; 0)$, $B(10; 12; 1)$, $C(10; 15; 2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-7; 3; 0)$, $B(-5; 0; -2)$, $C(-14; 8; 3)$, $D(-14; 7; 2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; -6; 10)$, $B(7; -2; 12)$, $C(5; -9; 9)$, и найти расстояние от точки $S(5; -4; 8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7; 0; -8)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 4y - z - 1 = 0$ и $2x + 3y + z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 0; 2)$, $B(3; 2; 7)$, $C(7; -1; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x + y \phantom{{}+z} + 22 = 0 \\ 6x - y + z - 12 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-7; 3; -19)$ на плоскость $-3x + 4y - 5z + 22 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 2y + 4z = 10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;3;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;4;3)$, $\boldsymbol{c}(3;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;8;10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;6;-7)$, $\boldsymbol{b}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;3;5)$, $B(3;-4;6)$, $C(2;4;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(8;7;-8)$, $A_2(14;12;-7)$, $A_3(15;12;-8)$, $A_4(13;10;-10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;-8;3)$, $B(-1;-9;5)$, $C(3;-6;4)$, и найти расстояние от точки $S(8;-1;3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;-9;-1)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{-1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+7}{1}$ и $\frac{x+7}{2} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+7}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;3;9)$, $B(4;4;12)$, $C(3;4;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y + 2z + 4 = 0 \\ x + y - 3z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-16;9;-2)$ относительно плоскости $-8x + 7y - 3z = 14$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y - 5z = 9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ4-11Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;4)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;5)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;2;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-4;1)$, $\boldsymbol{b}(2;5;3)$, $\boldsymbol{c}(-8;-13;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;1;1)$, $B(6;2;0)$, $C(9;0;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-3;-7;6)$, $A_2(-2;-13;5)$, $A_4(-1;0;3)$, $B_1(-6;-3;10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;3;-2)$, $B(-7;4;-3)$, $C(-6;4;-2)$, и найти расстояние от точки $S(-4;6;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;3;-9)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{-3} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+2}{2}$ и $\frac{x-1}{-7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;5)$, $B(-3;7;6)$, $C(4;-5;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y + 2z + 24 = 0 \\ x + y + 3z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(13;-15;-16)$ на плоскость $3x - 4y - 2z - 15 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{3} = \frac{y-7}{6} = \frac{z+3}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = -10$.