Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 0.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DD_1$, а $M$ делит ребро $BC$ в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -1; 3)$, $\boldsymbol{b}(0; 1; 2)$, $\boldsymbol{c}(5; -5; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4; 7; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5; 8; -12)$, $\boldsymbol{b}(-2; -3; 7)$, $\boldsymbol{c}(-1; -2; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 4; 1)$, $B(3; 5; 1)$, $C(7; -1; 2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(4; -4; 2)$, $A_2(8; -9; 7)$, $A_4(9; -11; 9)$, $B_1(5; -5; 5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 5; 6)$, $B(-1; 6; 7)$, $C(7; 6; 8)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 7; -5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(2; 6; -3)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{1}$ и $\frac{x+4}{-2} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-3}{2}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6; 4; 8)$, $B(5; 2; 5)$, $C(4; -1; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - z + 1 = 0 \\ x + 2y + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(8; 2; -8)$ относительно плоскости $-8x - 9y + 7z + 41 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-4}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + 2z = -11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 1.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AB$, а $M$ делит ребро $B_1C_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;6)$, $\boldsymbol{c}(4;0;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;3;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;3)$, $\boldsymbol{b}(-9;16;16)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;5;3)$, $B(2;7;-5)$, $C(0;4;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $P, Q, R, S$, площадь грани $QRS$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $P$. $P(1;-8;-3)$, $Q(4;0;2)$, $R(3;-8;-2)$, $S(2;1;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;-4;-4)$, $B(3;-3;-3)$, $C(2;-3;0)$, $S(-1;-1;-4)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-8;8;10)$ перпендикулярно плоскостям $x + y + z - 3 = 0$ и $3x - 5y + 4z = 5$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(4;9;8)$, $B(8;8;15)$, $C(9;8;17)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + y + 20 = 0 \\ 8x - 2y + z - 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(0;-2;-3)$ относительно плоскости $-y - 9z = -12$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-7} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z = -13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 2.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DD_1$, а $M$ делит ребро $A_1B_1$ в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-1;-5)$, $\boldsymbol{b}(2;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;5;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -9\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;8;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-3;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;2)$, $B(11;9;0)$, $C(13;10;-1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A, B, C, D$, площадь грани $ABC$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $D$. $A(7;8;-2)$, $B(7;10;-1)$, $C(0;17;7)$, $D(10;0;-9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9;-4;2)$, $B(8;-5;1)$, $C(10;-9;2)$, и найти расстояние от точки $S(8;-4;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-1;-4;-8)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y + z + 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(1;1;4)$, $B(-3;-8;3)$, $C(2;3;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z - 22 = 0 \\ -x + 3y - z + 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(-1;2;0)$ относительно плоскости $7x + y - 6z = -48$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y+7}{4} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - 2z = 4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 3.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $CC_1$, а $M$ делит ребро $A_1B_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;5;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;4;-5)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-7;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;5)$, $\boldsymbol{b}(3;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-9;3;-17)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;7;9)$, $B(1;9;9)$, $C(1;14;10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A, B, C, D$, площадь грани $ABC$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $D$. $A(9;8;-9)$, $B(11;-1;-4)$, $C(8;11;-16)$, $D(9;7;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;-5;6)$, $B(-5;0;8)$, $C(-7;4;11)$, $S(-3;-2;-5)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(8;10;5)$ параллельно плоскости $-x + 4y - z + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(9;2;1)$, $B(6;0;0)$, $C(5;-1;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 7y + z + 1 = 0 \\ -x - 8y \qquad + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(-4;-6;-3)$ относительно плоскости $7x + 4y + 9z = -6$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-2} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-6}{-5}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 2z - 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 4.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AD$, а $M$ делит ребро $BB_1$ в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-2;0)$, $\boldsymbol{b}(2;0;-3)$, $\boldsymbol{c}(-4;3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;-3;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(10;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-7;-2;-6)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;7;7)$, $B(5;2;9)$, $C(4;0;10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(8;-5;-7)$, $A_2(5;-12;-2)$, $A_4(12;2;-13)$, $B_1(7;-7;-5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;6;2)$, $B(2;5;2)$, $C(3;5;1)$, и найти расстояние от точки $S(2;2;-7)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-5;-2;-8)$ параллельно плоскости $x - y = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+5}{-7} = \frac{z-5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(5;1;4)$, $B(6;-3;9)$, $C(7;-6;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 2z + 6 = 0 \\ -3x - y + z + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-6;12;9)$ на плоскость $2x + 10y + z + 93 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{4} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z = 10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 5.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DD_1$, а $M$ делит ребро $A_1B_1$ в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;1;-6)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;6)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-8;8;-15)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(2;-4;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;0;5)$, $B(11;2;4)$, $C(12;1;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $E$. $A(7;5;0)$, $B(10;2;4)$, $D(4;7;-5)$, $E(9;5;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;-6;-4)$, $B(6;-7;-5)$, $C(9;-5;-4)$, и найти расстояние от точки $S(0;-4;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(9;-7;-6)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+8}{1}$ и $\frac{x+6}{4} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(7;9;9)$, $B(5;8;14)$, $C(6;8;12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y + 4z - 22 = 0 \\ x + y + 7z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(21;32;0)$ на плоскость $-9x - 10y - 3z - 61 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+5}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$ и плоскостью $\pi: -x + 2y + 2z = 5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 6.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DD_1$, а $M$ делит ребро $BC$ в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(2; 0; 1)$, $\boldsymbol{c}(1; 3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; -2; -2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; 5; -2)$, $\boldsymbol{b}(-1; -4; 2)$, $\boldsymbol{c}(-2; -1; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 4)$, $B(9; -1; 4)$, $C(5; 4; 5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $E$. $A(2; -2; -8)$, $B(4; -1; -11)$, $D(4; -5; -9)$, $E(7; -3; -14)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 3; -6)$, $B(-8; 2; -3)$, $C(-5; 4; -11)$, $S(5; -6; 2)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-1; -3; 6)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+7}{1}$ и $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+1}{0}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(1; 0; 3)$, $B(3; 1; 0)$, $C(6; 3; -5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y \phantom{{}+z} - 8 = 0 \\ 3x + 2y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(2; 11; 4)$ относительно плоскости $-3x - 5y = -10$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x + 2y - 5z = -9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 7.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $CC_1$, а $M$ делит ребро $A_1B_1$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;4;-4)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;6;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-3;-5)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;4;9)$, $B(2;5;8)$, $C(-1;6;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(5;-2;0)$, $B(7;1;-2)$, $D(7;-1;-4)$, $A_1(2;-9;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;8;5)$, $B(-1;11;4)$, $C(-4;4;6)$, $S(-1;6;-5)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(0;0;-1)$ перпендикулярно плоскостям $3x + y - 4 = 0$ и $-4x - y + z = -6$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(3;5;6)$, $B(10;2;-4)$, $C(8;3;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -7x - y + 2z - 10 = 0 \\ -3x - y + z - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(32;3;-21)$ на плоскость $-10x - 3y + 4z = -38$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y - 3z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 8.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AB$, а $M$ делит ребро $A_1D_1$ в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; -1; 3)$, $\boldsymbol{b}(3; 4; -6)$, $\boldsymbol{c}(-1; 0; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; 4; 6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 4\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5; -2; 5)$, $\boldsymbol{b}(1; 0; -2)$, $\boldsymbol{c}(2; -1; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 9; 4)$, $B(12; 11; 5)$, $C(7; 8; 1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $P, Q, R, S$, площадь грани $PQS$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $R$. $P(6; -1; 1)$, $Q(-2; -2; 4)$, $R(-3; 4; 8)$, $S(3; 0; 3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 1; 3)$, $B(2; -5; 5)$, $C(2; 0; 4)$, и найти расстояние от точки $S(-4; 7; 4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 2; -9)$ параллельно плоскости $x - 10y + z + 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{7} = \frac{z+7}{0}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(9; 2; 9)$, $B(13; -1; 16)$, $C(4; 6; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 8y - z + 12 = 0 \\ x + y \qquad + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(27; -9; 11)$ на плоскость $10x - 6y + 5z = 57$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : 4x - 6y + z - 8 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 9.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DC$, а $M$ делит ребро $AA_1$ в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-5;-4)$, $\boldsymbol{b}(6;1;6)$, $\boldsymbol{c}(3;1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;10;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(-10;9;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;8;8)$, $B(17;7;7)$, $C(9;9;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(6;6;3)$, $A_2(3;5;2)$, $A_4(8;15;2)$, $B_1(-3;-3;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;-9;5)$, $B(-3;-10;7)$, $C(2;-8;4)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-7;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(4;9;4)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+6}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-4x - 2y + 3z = 1$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(0;8;1)$, $B(1;11;5)$, $C(2;15;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 5y + 2z - 5 = 0 \\ x - y + z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-3;12;16)$ на плоскость $-3x - 2y - 7z + 3 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-5}{-4}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 10.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $BC$, а $M$ делит ребро $AA_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;1;5)$, $\boldsymbol{b}(3;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;8;10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;-6;-7)$, $\boldsymbol{c}(2;5;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;7;3)$, $B(10;10;3)$, $C(8;11;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A, B, C, D$, площадь грани $BCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A$. $A(-8;-15;-3)$, $B(-5;-5;-5)$, $C(-4;-8;-6)$, $D(0;-2;-10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;1;2)$, $B(1;-5;4)$, $C(-4;6;1)$, и найти расстояние от точки $S(-8;6;3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;1;3)$ параллельно плоскости $3x + y - 5z - 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+6}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(3;4;2)$, $B(1;7;3)$, $C(-2;11;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y + 2z + 16 = 0 \\ x - y - 3z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-27;-7;14)$ на плоскость $-10x - y + 5z = 95$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 5y - z = -1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 11.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DC$, а $M$ делит ребро $A_1D_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-5;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(3;4;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-3;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;9;7)$, $B(-3;10;7)$, $C(-2;10;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(1;8;0)$, $A_2(0;5;-1)$, $A_4(7;13;3)$, $B_1(-8;4;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;1;4)$, $B(8;11;3)$, $C(1;-8;5)$, и найти расстояние от точки $S(-1;3;2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(9;-4;-2)$ параллельно плоскости $x - 2y = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(7;5;5)$, $B(6;2;3)$, $C(8;7;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 4y + z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(9;-11;-7)$ относительно плоскости $-6x + 9y + 5z = 25$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi: -x + y + 4z = 5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 12.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DC$, а $M$ делит ребро $BB_1$ в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(0;4;-5)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-7;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(8;-15;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;7)$, $B(7;1;1)$, $C(6;3;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A, B, C, D$, площадь грани $BCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A$. $A(8;4;6)$, $B(-1;6;5)$, $C(2;7;6)$, $D(-5;5;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7;0;-2)$, $B(8;3;0)$, $C(6;-2;-5)$, $S(7;-5;-7)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6;-3;6)$ параллельно плоскости $x - 2y + z - 5 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-4}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(3;2;8)$, $B(4;0;11)$, $C(4;1;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - 2z - 20 = 0 \\ x + 5y - z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(0;1;3)$ относительно плоскости $x - y - 4 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+4}{2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + z - 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 13.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $BC$, а $M$ делит ребро $D_1C_1$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;1;3)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;10;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;3;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;5;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;6;9)$, $B(-5;5;14)$, $C(-4;5;13)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(-3;0;6)$, $B(-5;-1;6)$, $D(-6;-5;10)$, $A_1(-1;5;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10;4;6)$, $B(-13;2;0)$, $C(-5;7;13)$, и найти расстояние от точки $S(3;-1;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-3;-10;9)$ перпендикулярно плоскостям $3x + y + 2z - 8 = 0$ и $-4x - y - z - 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(4;1;8)$, $B(2;-2;9)$, $C(7;5;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 7y + 15 = 0 \\ -x - y + z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-20;6;25)$ на плоскость $5x + 2y - 10z = -80$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+3}{-7}$ и плоскостью $\pi : x - y + z + 11 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 14.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AA_1$, а $M$ делит ребро $B_1C_1$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;1;-5)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-4)$, $\boldsymbol{c}(4;-3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10;-5;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-7;11)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;1;3)$, $B(8;-2;3)$, $C(7;-1;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_4$. $A_1(-4;-6;9)$, $A_2(0;-10;2)$, $A_3(0;-9;8)$, $A_4(-5;-5;13)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;-2;2)$, $B(7;3;1)$, $C(5;-8;4)$, $S(5;2;-1)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-5;2;1)$ перпендикулярно плоскостям $x + y = -6$ и $x + 5y + z + 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(9;6;1)$, $B(10;8;4)$, $C(8;5;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 7x + 2y + z - 16 = 0 \\ -4x - y \qquad + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(7;-9;-8)$ относительно плоскости $-4x + 3y + 7z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 6y - z - 15 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 15.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $A_1B_1$, а $M$ делит ребро $CC_1$ в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-3;-4)$, $\boldsymbol{b}(0;1;4)$, $\boldsymbol{c}(-2;-4;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-7;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-3;5)$, $\boldsymbol{b}(-1;8;-4)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;9;3)$, $B(11;8;2)$, $C(4;10;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $P, Q, R, S$, площадь грани $QRS$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $P$. $P(-4;-5;3)$, $Q(-1;-1;-3)$, $R(3;3;-10)$, $S(0;-2;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;-6;1)$, $B(-12;-5;2)$, $C(-7;-5;3)$, $S(-6;0;1)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-4;5;-1)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-4} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x-6}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{0}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(8;6;4)$, $B(7;3;-3)$, $C(7;2;-5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + 2y + 3z + 21 = 0 \\ 3x + 3y + 2z + 26 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(21;16;17)$ на плоскость $-4x - 2y - 5z = -21$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+5}{3}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + 2z = -13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 16.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $B_1C_1$, а $M$ делит ребро $AB$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-5;4)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;6;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-6;3;1)$, $\boldsymbol{b}(3;5;5)$, $\boldsymbol{c}(9;-7;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;0;1)$, $B(14;2;2)$, $C(3;-1;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(-7;8;-7)$, $A_2(-2;11;-3)$, $A_4(-5;8;-4)$, $B_1(-9;9;-12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;-10;9)$, $B(1;-9;8)$, $C(0;-9;9)$, и найти расстояние от точки $S(8;-5;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(9;9;1)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z-5}{1}$ и $\frac{x+6}{-3} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-3}{2}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6;5;9)$, $B(2;0;0)$, $C(7;6;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y \phantom{{}+z} + 27 = 0 \\ -\ x + y + z + 16 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(14;-2;-4)$ на плоскость $-3x - 2y + 5z = 18$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-8}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y - 5z = -8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 17.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $CC_1$, а $M$ делит ребро $A_1B_1$ в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;2)$, $\boldsymbol{b}(2;3;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;3;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;-15;-12)$, $\boldsymbol{b}(-5;-7;-7)$, $\boldsymbol{c}(1;3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;5)$, $B(7;16;4)$, $C(5;9;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(7;4;4)$, $B(6;5;2)$, $D(2;11;-3)$, $A_1(3;9;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;10;6)$, $B(-8;8;7)$, $C(-5;13;7)$, $S(5;7;-8)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-6;9;1)$ параллельно плоскости $5x + 2y + 3z = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+8}{2}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(3;7;8)$, $B(2;6;7)$, $C(7;10;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y + z - 16 = 0 \\ -5x - 2y - z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(3;22;16)$ относительно плоскости $9y + 7z = -15$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 5y - z + 12 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 18.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $BB_1$, а $M$ делит ребро $D_1C_1$ в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;-1;-4)$, $\boldsymbol{c}(2;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-3;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 5\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;2;3)$, $\boldsymbol{b}(2;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-4;-3;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;1;0)$, $B(-5;2;-1)$, $C(6;0;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(-2;0;5)$, $B(-3;2;5)$, $D(-4;5;4)$, $A_1(-6;9;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;5;5)$, $B(-5;6;4)$, $C(-7;6;5)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-3;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-3;4;-9)$ параллельно прямым $\frac{x}{2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+6}{1}$ и $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{0}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(3;1;4)$, $B(6;2;2)$, $C(-7;-2;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + 5y - 4z + 22 = 0 \\ -x - y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-7;-22;9)$ на плоскость $x + 9y - 8z = 15$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+5}{3}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - 2z - 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 19.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AA_1$, а $M$ делит ребро $DC$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;5;0)$, $\boldsymbol{b}(5;-1;-3)$, $\boldsymbol{c}(5;-5;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;10;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-4;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;-3)$, $\boldsymbol{c}(-4;3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;5;3)$, $B(5;12;1)$, $C(3;-3;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(0;-5;5)$, $B(3;-1;8)$, $D(-1;-5;2)$, $A_1(-3;-8;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;-9;-6)$, $B(0;-10;-7)$, $C(-1;-8;-6)$, $S(5;2;4)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;8;-1)$ параллельно плоскости $3x - y - 2z - 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(1;1;1)$, $B(-4;-1;-2)$, $C(-1;0;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + y \qquad + 7 = 0 \\ \quad 2x + y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-5;-1;3)$ на плоскость $2x - y + z = -18$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{3} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x - y + 3z + 4 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 20.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $D_1C_1$, а $M$ делит ребро $AA_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;10;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -8\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;5;-4)$, $\boldsymbol{b}(1;2;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;1;3)$, $B(10;2;5)$, $C(-1;0;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(-2;-6;2)$, $A_2(-1;-7;-5)$, $A_4(5;-3;4)$, $B_1(1;-5;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;2;-4)$, $B(-6;5;-5)$, $C(-5;4;-7)$, и найти расстояние от точки $S(5;2;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-2;-2;2)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{7}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y - z = -4$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6;7;8)$, $B(4;10;12)$, $C(5;8;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y + z + 15 = 0 \\ x - 2y + 2z + 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(4;17;-5)$ на плоскость $3x - 6y - 2z - 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + 7z + 1 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 21.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $CC_1$, а $M$ делит ребро $A_1B_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-5;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-5;2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;-4;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-3;7;-4)$, $\boldsymbol{c}(5;0;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;3;7)$, $B(6;4;6)$, $C(5;5;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(3;6;1)$, $B(5;1;1)$, $D(1;12;0)$, $A_1(0;9;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;-10;-5)$, $B(-1;-11;-4)$, $C(-4;-9;-9)$, $S(-3;-1;8)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;3;-4)$ параллельно плоскости $4x - y - z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{0}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(1;4;4)$, $B(-2;0;9)$, $C(5;9;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 7y + 3z + 13 = 0 \\ x - 8y + 2z + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(7;-33;36)$ на плоскость $x - 9y + 7z = 32$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + 2z = 7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 22.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DD_1$, а $M$ делит ребро $B_1C_1$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-3;5)$, $\boldsymbol{b}(-5;5;-4)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;4;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 7\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;1;2)$, $B(8;-5;5)$, $C(3;6;-2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(4;1;-1)$, $B(-6;-3;-4)$, $D(-3;-2;-3)$, $A_1(13;5;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10;-3;3)$, $B(-8;-2;2)$, $C(-9;0;1)$, $S(-5;2;3)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;2;1)$ параллельно плоскости $x - 2y - z - 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6;0;6)$, $B(11;6;5)$, $C(5;-1;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x - 5y + 2z - 29 = 0 \\ 2x - 4y + z - 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-16;10;1)$ на плоскость $7x - y - 2z - 38 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+3}{-1} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi: -2x - 2y - z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 23.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $A_1B_1$, а $M$ делит ребро $BC$ в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-4;4)$, $\boldsymbol{b}(-3;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(3;1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-7;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;7;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-14;-6;11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;6;6)$, $B(-2;5;8)$, $C(-1;5;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $P, Q, R, S$, площадь грани $QRS$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $P$. $P(3;-5;4)$, $Q(-2;-8;-4)$, $R(0;-7;-1)$, $S(1;-6;-14)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-7;0)$, $B(9;-4;2)$, $C(3;-6;1)$, и найти расстояние от точки $S(-2;0;0)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;-6;-10)$ параллельно плоскости $-3x + y = -1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(4;8;6)$, $B(-3;11;2)$, $C(6;7;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 3y - z - 15 = 0 \\ x + 2y - 2z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-12;-7;23)$ на плоскость $x + 4y - 5z = 13$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+4}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x - 2y - z - 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 24.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $D_1C_1$, а $M$ делит ребро $AA_1$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(3;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;10;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;4)$, $\boldsymbol{b}(3;-7;-3)$, $\boldsymbol{c}(-15;17;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;0;5)$, $B(6;-1;6)$, $C(11;-2;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A, B, C, D$, площадь грани $ABD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $C$. $A(0;9;8)$, $B(8;6;6)$, $C(2;10;9)$, $D(5;11;9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;8;-2)$, $B(-3;9;7)$, $C(-4;9;6)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-1;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-3;-6;8)$ перпендикулярно плоскостям $-9x - 2y - 3z - 1 = 0$ и $-7x - y - 2z = 3$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(0;9;3)$, $B(-5;6;1)$, $C(-3;7;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x + 5y - 2z - 11 = 0 \\ -x + 3y - z - 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(1;-6;-26)$ на плоскость $-x + 2y - 8z = 57$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 3z + 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 25.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DC$, а $M$ делит ребро $AA_1$ в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(3;-4;3)$, $\boldsymbol{c}(-4;5;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-3;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;3;7)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;1;2)$, $B(2;3;3)$, $C(9;2;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A_1(-3;-12;-2)$, $A_2(-2;-5;-6)$, $A_3(-1;0;-9)$, $A_4(-4;-9;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;5;9)$, $B(-3;6;8)$, $C(-5;-2;11)$, $S(3;-2;-3)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(9;7;-3)$ параллельно плоскости $2x - 4y + z = -7$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(7;9;0)$, $B(5;10;-3)$, $C(12;6;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + y + z + 2 = 0 \\ -5x - y - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(-4;12;7)$ относительно плоскости $5x - 9y - 2z - 23 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + z = 3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 26.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $B_1C_1$, а $M$ делит ребро $DC$ в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;4)$, $\boldsymbol{b}(3;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(0;-2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-4;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-5;4;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;6;0)$, $B(10;4;-3)$, $C(8;9;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A_1(7;8;-2)$, $A_2(8;8;-4)$, $A_3(5;7;1)$, $A_4(4;6;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;-1;10)$, $B(6;-6;8)$, $C(2;1;11)$, $S(-3;1;-7)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(8;-1;-2)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$ и перпендикулярно плоскости $-5x - 2y - 5z = 3$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(5;0;6)$, $B(4;1;5)$, $C(11;-7;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 8y + 6z - 9 = 0 \\ -3x + 5y - 5z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(24;20;2)$ на плоскость $8x + 6y + 5z - 72 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-6}{-1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi: x - 3y - 4z = 12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 27.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $B_1C_1$, а $M$ делит ребро $AA_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;3;4)$, $\boldsymbol{b}(5;4;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;5;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(12;6;11)$, $\boldsymbol{c}(-4;-2;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;1;7)$, $B(2;-4;8)$, $C(2;-1;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A_1(12;7;4)$, $A_2(7;0;-1)$, $A_3(6;-1;-3)$, $A_4(5;2;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;1;4)$, $B(-2;-2;4)$, $C(-4;2;5)$, $S(-4;3;6)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;-7;0)$ параллельно плоскости $x + y - 3z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{-2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+5}{4}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(5;2;3)$, $B(3;1;4)$, $C(2;0;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 1 = 0 \\ -5x - 3y + 2z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(-6;1;2)$ относительно плоскости $-9x - y = 12$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = 15$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 28.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $D_1C_1$, а $M$ делит ребро $BC$ в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;6;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(4;9;-7)$, $\boldsymbol{c}(-4;-3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;7;0)$, $B(7;8;0)$, $C(1;8;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A_1(0;8;-5)$, $A_2(1;0;-2)$, $A_3(-1;-5;0)$, $A_4(6;-7;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;1;3)$, $B(5;0;11)$, $C(2;2;-2)$, $S(-3;5;1)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(4;-1;1)$ перпендикулярно плоскостям $6x + 2y - z = -5$ и $5x + y = -1$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6;8;6)$, $B(11;6;-2)$, $C(4;9;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 8y + 2z - 18 = 0 \\ \ \ x + 7y - 3z + \ 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(-13;-1;-10)$ относительно плоскости $4x + y + 5z - 2 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x + y - 6z = -6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 29.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AA_1$, а $M$ делит ребро $B_1C_1$ в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-5;5)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;0;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}+3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-6;17;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;4;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-4;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;2;3)$, $B(8;4;4)$, $C(8;3;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(-5;8;0)$, $A_2(-2;4;-3)$, $A_4(3;7;2)$, $B_1(-8;6;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;4;-5)$, $B(3;14;-2)$, $C(2;11;-3)$, и найти расстояние от точки $S(0;-6;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-2;-5;-8)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{3} = \frac{y+6}{2} = \frac{z+8}{-1}$ и $\frac{x+8}{8} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(4;3;2)$, $B(1;5;3)$, $C(8;0;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x+y-z+23=0 \\ -x+y+4=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(5;-10;1)$ относительно плоскости $-x+5y+2z+8=0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x-y+z=-5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 30.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $BB_1$, а $M$ делит ребро $AD$ в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 2; 1)$, $\boldsymbol{b}(-4; -3; -2)$, $\boldsymbol{c}(6; 5; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6; 7; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; 1; -1)$, $\boldsymbol{b}(1; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(0; 3; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 7; 4)$, $B(5; 12; 1)$, $C(10; 4; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $P, Q, R, S$, площадь грани $PQR$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $S$. $P(-7; 3; -2)$, $Q(-4; 1; 2)$, $R(-2; 5; -9)$, $S(-5; 2; 0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -5; 9)$, $B(10; -8; 5)$, $C(-1; -4; 10)$, и найти расстояние от точки $S(3; -7; -3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(6; -4; 10)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{0}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+8}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6; 5; 4)$, $B(3; -2; -6)$, $C(7; 7; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 5z + 28 = 0 \\ -2x - y - 4z - 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(7; 1; 14)$ относительно плоскости $3x + 7z = 32$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -4x - y + z + 11 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 31.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $CC_1$, а $M$ делит ребро $AD$ в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(1;2;0)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;-9;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(7;3;9)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;4;3)$, $B(-2;7;2)$, $C(0;2;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(9;0;-7)$, $A_2(8;2;-11)$, $A_4(11;-2;-4)$, $B_1(10;1;-10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-4;2)$, $B(-3;-2;5)$, $C(-8;-5;3)$, $S(-5;3;3)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6;2;10)$ параллельно плоскости $3x + 3y - z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{0}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(9;4;8)$, $B(-1;11;5)$, $C(6;6;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y \qquad - 1 = 0 \\ x + 5y + z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(0;3;6)$ относительно плоскости $-3x + 3y + 2z = -12$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - z = -4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 32.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $DD_1$, а $M$ делит ребро $B_1C_1$ в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-3; 3; 5)$, $\boldsymbol{c}(-4; 3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6; -1; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -9\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-6; -2; -1)$, $\boldsymbol{b}(3; -5; 1)$, $\boldsymbol{c}(6; -1; 0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 9)$, $B(2; 1; 10)$, $C(0; 2; 9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $B_1$. $A_1(1; 2; 1)$, $A_2(8; 3; -4)$, $A_4(5; 3; -1)$, $B_1(-6; 0; 3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; -2; 3)$, $B(-1; -3; 2)$, $C(0; -3; 6)$, и найти расстояние от точки $S(-8; -1; -4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(6; -8; 5)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + 3y + 4z = 5$ и $x + 2y + 3z = 0$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6; 4; 2)$, $B(14; -5; 3)$, $C(7; 3; 2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 6y + z + 19 = 0 \\ -x - y - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(5; -9; -5)$ относительно плоскости $-x + 2y + z = -13$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x + y - 4z = -5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 33.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $BC$, а $M$ делит ребро $DD_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(3;0;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;-6;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;6;-2)$, $\boldsymbol{c}(6;-13;9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;0;5)$, $B(4;-2;6)$, $C(2;3;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $E$. $A(-2;2;9)$, $B(5;5;7)$, $D(-7;0;2)$, $E(0;3;6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10;-5;-8)$, $B(13;-4;-5)$, $C(9;-6;-10)$, $S(7;7;7)$:

а) составить уравнение плоскости $ABC$,

б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-4;1;-6)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + y + z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(3;5;8)$, $B(4;7;7)$, $C(4;8;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 10x + y + z = 0 \\ -3x - y + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(17;-20;-19)$ на плоскость $7x - 9y - 7z = -105$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + 7z = 10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 34.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AB$, а $M$ делит ребро $DD_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;1;3)$, $\boldsymbol{b}(3;4;4)$, $\boldsymbol{c}(1;3;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-5;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(-7;2;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;4)$, $B(12;10;3)$, $C(0;7;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_2$. $A_1(-6;-9;9)$, $A_2(-8;-3;6)$, $A_3(-7;-4;10)$, $A_4(-7;-2;11)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7;-8;2)$, $B(6;-10;-1)$, $C(3;-9;0)$, $S(3;0;3)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(-5;-5;-8)$ перпендикулярно плоскостям $3x - y + z = -1$ и $-2x + y - 2z = -4$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(5;6;6)$, $B(4;4;7)$, $C(2;-1;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - z + 5 = 0 \\ \phantom{-}x + y \phantom{{}-z} - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(1;1;25)$ относительно плоскости $-x + 9z - 19 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-3} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - z = -12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 35.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $D_1C_1$, а $M$ делит ребро $BB_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;0;-2)$, $\boldsymbol{b}(-4;1;-5)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;-4;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 4\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;0)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;2)$, $B(6;9;1)$, $C(16;7;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_4$. $A_1(1;4;7)$, $A_2(0;4;9)$, $A_3(-2;6;0)$, $A_4(0;5;10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;-5;-8)$, $B(-5;-4;-8)$, $C(-9;-6;-7)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-1;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(5;-4;10)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-1}$ и $\frac{x+4}{-3} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(0;5;9)$, $B(3;6;5)$, $C(2;6;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - 9y - 2z - 10 = 0 \\ 2x - 8y - z - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(19;-12;16)$ относительно плоскости $-7x + 4y - 7z = -8$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x - y - z = 9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 36.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $D_1C_1$, а $M$ делит ребро $AA_1$ в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;2;4)$, $\boldsymbol{b}(-2;0;-1)$, $\boldsymbol{c}(-5;-3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-7;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(19;-24;-8)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-6;7;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;3;6)$, $B(7;5;10)$, $C(5;0;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $P, Q, R, S$, площадь грани $PQR$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $S$. $P(-2;4;0)$, $Q(0;1;5)$, $R(-1;11;3)$, $S(-1;-4;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;0;-8)$, $B(1;-9;-13)$, $C(6;-1;-9)$, и найти расстояние от точки $S(3;-6;-1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(2;-7;-3)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+8}{2}$ и $\frac{x+1}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(2;9;7)$, $B(1;11;6)$, $C(0;12;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + 2y - z + 2 = 0 \\ 8x + 5y - 2z + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(1;2;3)$ относительно плоскости $x - 5z + 1 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+4}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ и плоскостью $\pi: x - 2y - 2z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 37.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $CC_1$, а $M$ делит ребро $AB$ в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;-5;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;-7;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(5;-4;-4)$, $\boldsymbol{b}(-4;3;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;4;0)$, $B(4;-3;-9)$, $C(3;-1;-5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_1$. $A(8;-4;1)$, $B(15;6;8)$, $D(11;1;3)$, $A_1(7;-7;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;3;6)$, $B(-9;1;7)$, $C(-10;0;7)$, $S(-1;3;0)$:
а) составить уравнение плоскости $ABC$,
б) найти расстояние от вершины $S$ до плоскости $ABC$.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(5;-2;-3)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+7}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 3y = -1$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(1;1;8)$, $B(8;3;5)$, $C(11;4;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 5y + 4z - 3 = 0 \\ x + 3y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(18;-37;-26)$ на плоскость $3x - 10y - 5z - 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - 4y - z = -14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 38.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $AD$, а $M$ делит ребро $CC_1$ в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 4; 0)$, $\boldsymbol{b}(-1; 4; -2)$, $\boldsymbol{c}(-1; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8; 9; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7; -12; 14)$, $\boldsymbol{b}(-2; 2; -1)$, $\boldsymbol{c}(-6; 3; -4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 3; 1)$, $B(1; 2; 0)$, $C(1; 8; 1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $E$. $A(0; 0; -9)$, $B(2; 10; -12)$, $D(-1; -7; -7)$, $E(0; -3; -8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 2; 3)$, $B(4; 4; 3)$, $C(4; 9; 4)$, и найти расстояние от точки $S(-5; -3; -3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(1; -5; -8)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x - 2y = 3$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(6; 2; 2)$, $B(11; 8; 6)$, $C(10; 7; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y - z - 12 = 0 \\ -2x - y + z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(13; 8; 15)$ относительно плоскости $9x + 3y + 8z = 30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-8}{-1}$ и плоскостью $\pi : 5x - y + 2z = 2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ8-12Б.

**Вариант 39.**

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где $K$ – середина ребра $D_1C_1$, а $M$ делит ребро $BB_1$ в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(0;2;1)$, $\boldsymbol{c}(3;-6;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-7;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -7\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 9\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;-3)$, $\boldsymbol{b}(7;-5;-6)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;3;7)$, $B(3;4;8)$, $C(7;1;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках $A_1, A_2, A_3, A_4$, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины $A_4$. $A_1(-2;-9;-4)$, $A_2(-1;-14;-2)$, $A_3(-7;-7;-11)$, $A_4(0;-2;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-7;8)$, $B(-10;-10;3)$, $C(-8;-5;12)$, и найти расстояние от точки $S(-2;-3;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $M(7;-2;5)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+8}{2}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y + z - 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой $AB$ и найти расстояние от точки $C$ до этой прямой, если $A(1;1;0)$, $B(6;-2;-2)$, $C(-7;6;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y - 2z - 3 = 0 \\ x - 2y - 3z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки $M_1$, симметричной точке $M(7;-1;1)$ относительно плоскости $-7x + 2y - 7z = -7$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-6}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+8}{3}$ и плоскостью $\pi: -x + 3y + z = -8$.