Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;5;3)$, $\boldsymbol{b}(2;3;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;6;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;2;1)$, $\boldsymbol{b}(1;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(5;2;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;2;7)$, $B(6;3;7)$, $C(3;1;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-1;4;4)$, $A_2(0;6;6)$, $A_3(1;8;5)$, $A_4(-2;3;10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;6;7)$, $B(-4;10;7)$, $C(-6;1;8)$, $S(-6;-6;7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;-7;-7)$ параллельно плоскости $3x + y + z = -4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;3;4)$, $B(7;2;6)$, $C(11;1;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y - z - 4 = 0 \\ x + 9y - 30 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-3;-20;-10)$ на плоскость $-2x + 9y + 4z = -12$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi : -7x + y - 4z + 12 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;-4)$, $\boldsymbol{c}(-3;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10;-6;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(-4;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;3;0)$, $B(11;4;1)$, $C(-1;2;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-5;8;3)$, $B(-3;6;0)$, $D(-4;9;6)$, $E(-8;11;8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;3;-10)$, $B(3;2;-9)$, $C(3;10;-8)$, $S(7;0;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;7;-10)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $7x - y + 2z = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;7;1)$, $B(4;9;2)$, $C(5;8;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - 5y + 2z + 22 = 0 \\ -2x + 2y - z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(1;16;-13)$ на плоскость $4x - 4y + 3z + 17 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y - z = -5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(5; -4; 3)$, $\boldsymbol{c}(4; -3; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10; -3; -4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(11; 7; -2)$, $\boldsymbol{b}(7; 6; 1)$, $\boldsymbol{c}(-5; -3; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 3; 1)$, $B(5; 4; 0)$, $C(14; -1; 4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(7; 0; -2)$, $B(7; 4; 5)$, $D(9; -1; 0)$, $E(8; 0; 0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 2; -7)$, $B(-5; -6; -5)$, $C(-5; -7; -6)$, $S(-6; -6; 1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2; -1; -3)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{-1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z+2}{-1}$ и $\frac{x+8}{1} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+4}{6}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 0; 2)$, $B(4; -3; 7)$, $C(5; -2; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + 7z + 10 = 0 \\ x + y + 6z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(10; 11; -7)$ относительно плоскости $-7x - 6y + 7z - 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{3} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z-1}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z + 12 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;3;5)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-4)$, $\boldsymbol{c}(1;2;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;4;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=-4\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=1$, $|\boldsymbol{n}|=2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=3\boldsymbol{b}+12\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(2;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;8;6)$, $B(8;9;6)$, $C(9;7;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=4$, $|\boldsymbol{n}|=3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(4;-7;-9)$, $B(10;-6;-7)$, $D(7;-5;-9)$, $A_1(-4;-7;-12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-6;5)$, $B(-1;-7;2)$, $C(4;-4;10)$, и найти расстояние от точки $S(-4;3;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;-7;-10)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $2x+3y-z=-1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;4;3)$, $B(2;5;3)$, $C(1;5;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x+2y-3z-22=0 \\ -2x+y-z-10=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(3;3;10)$ на плоскость $-x-y+z+2=0$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x+3}{2}=\frac{y+5}{1}=\frac{z-4}{3}$ и плоскостью $\pi: 2x-y+3z+5=0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 3; 1)$, $\boldsymbol{b}(-3; 3; -4)$, $\boldsymbol{c}(-1; 4; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5; 0; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-7; 4; 6)$, $\boldsymbol{b}(14; -11; -13)$, $\boldsymbol{c}(-7; 3; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 1; 8)$, $B(7; -1; 8)$, $C(8; -2; 9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(2; -5; -7)$, $B(1; -8; -9)$, $D(5; 2; -2)$, $A_1(3; -12; -11)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; -2; 7)$, $B(8; 7; 4)$, $C(5; -6; 9)$, и найти расстояние от точки $S(0; -2; 2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-6; -8; 7)$ параллельно плоскости $2x - 4y - z - 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+6}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 1; 9)$, $B(3; 2; 8)$, $C(1; 3; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -8x - 2y + 3z - 14 = 0 \\ 5x + y - 2z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-7; -33; -26)$ на плоскость $x - 10y - 8z = 36$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y - 6z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;3;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(1;0;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;3;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;4;1)$, $\boldsymbol{b}(4;10;3)$, $\boldsymbol{c}(-2;-5;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;4;3)$, $B(11;-1;4)$, $C(8;5;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(8;0;6)$, $B(3;5;4)$, $D(5;5;3)$, $E(6;3;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;5;0)$, $B(-7;7;0)$, $C(-9;4;1)$, $S(0;-2;4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;0;2)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 7y - 2z = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;2;8)$, $B(5;1;12)$, $C(-3;4;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y \qquad - 2 = 0 \\ -\ x + y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2;-2;-29)$ на плоскость $-x - 4y + 10z = -46$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x - 2y - z = 12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(-4;4;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-5;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(23;12;-6)$, $\boldsymbol{b}(-6;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(-7;-4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;5;2)$, $B(10;8;1)$, $C(8;0;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-8;2;2)$, $B(-7;7;7)$, $D(-9;-2;-2)$, $E(-11;8;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;-1;5)$, $B(4;0;4)$, $C(9;0;5)$, и найти расстояние от точки $S(0;6;-7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;8;9)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-5}{-3}$ и $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;1;8)$, $B(-2;4;1)$, $C(1;2;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x + y + z - 1 = 0 \\ -8x - 2y - z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7;5;-2)$ относительно плоскости $-2x + y - z - 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : 4x + y + 3z - 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -2; 0)$, $\boldsymbol{b}(-2; -1; 3)$, $\boldsymbol{c}(2; -3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; -1; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(0; 3; 1)$, $\boldsymbol{b}(1; 1; 2)$, $\boldsymbol{c}(-4; 1; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 8)$, $B(7; -3; 13)$, $C(9; -4; 14)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-3; 6; -1)$, $B(-5; 11; 6)$, $C(-3; 3; -5)$, $D(-6; 0; -6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 9; -6)$, $B(7; 11; -3)$, $C(9; 10; -4)$, $S(-5; -3; 7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8; -2; -5)$ перпендикулярно плоскостям $x - 2y - 2z - 7 = 0$ и $x - 3y - z = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 7; 1)$, $B(12; 2; 3)$, $C(8; 9; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x - y + 12 = 0 \\ -5x + y - z - 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8; 18; -4)$ относительно плоскости $-4x - 9y + 5z = -31$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-7}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y + 3z + 12 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-5;0;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(6;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;6;3)$, $B(2;3;-7)$, $C(1;5;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-6;0;7)$, $A_2(3;2;6)$, $A_3(1;-2;4)$, $A_4(-10;1;9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4;2;1)$, $B(-3;1;2)$, $C(-5;6;1)$, и найти расстояние от точки $S(-2;-6;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;-5;2)$ перпендикулярно плоскостям $2x - 3y + 7z - 2 = 0$ и $-x + 2y - 4z + 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;4;2)$, $B(7;0;0)$, $C(4;13;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 3y - 2z + 27 = 0 \\ x - y + z - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-25;0;26)$ на плоскость $7x + 3y - 6z + 49 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : 4x + 5y + 2z - 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(6;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;-13;-20)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;5)$, $\boldsymbol{c}(-2;4;7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;3;6)$, $B(17;0;0)$, $C(12;2;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(4;3;5)$, $A_2(3;2;7)$, $A_3(3;0;14)$, $A_4(-1;-1;13)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9;-5;-4)$, $B(8;-11;-4)$, $C(10;0;-5)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-6;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-5;0)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x-5}{3} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+1}{4}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;9;6)$, $B(6;6;2)$, $C(3;11;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y - 3 = 0 \\ -x + 10y + z + 16 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-10;10;4)$ относительно плоскости $5x - 4y - 5z + 11 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+7}{4}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 0; -3)$, $\boldsymbol{b}(3; 3; -5)$, $\boldsymbol{c}(-2; 2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; 9; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3; 4; -2)$, $\boldsymbol{b}(3; -4; 0)$, $\boldsymbol{c}(-3; 4; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 3)$, $B(6; 11; 1)$, $C(3; 10; 2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(-9; 4; 1)$, $Q(-6; -1; 3)$, $R(-8; 1; 2)$, $S(-8; 2; 1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 2; 4)$, $B(-1; 3; 4)$, $C(0; 4; 5)$, и найти расстояние от точки $S(1; -6; -3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0; 1; 1)$ перпендикулярно плоскостям $3x - y = 0$ и $2x - y - z - 8 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 9; 1)$, $B(10; 8; 0)$, $C(11; 8; -2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y - z - 17 = 0 \\ -3x - 4y + 4z - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-17; -21; 20)$ на плоскость $-6x - 5y + 5z - 49 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 6y - 4z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;0;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;3)$, $\boldsymbol{c}(3;-3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;10;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;-1;7)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(0;4;-11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;9;3)$, $B(13;8;0)$, $C(-4;11;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-2;-4;0)$, $A_2(6;-5;2)$, $A_4(1;-5;1)$, $B_1(-6;3;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10;5;8)$, $B(-13;8;6)$, $C(-8;4;9)$, $S(-3;8;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(8;4;-6)$ параллельно плоскости $-x + 6y + z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{-2} = \frac{y+5}{7} = \frac{z-4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;5)$, $B(5;-5;-3)$, $C(3;8;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 3y + z + 4 = 0 \\ x - y + 2z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;0;3)$ относительно плоскости $-9x + 8y - z - 43 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-5} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z + 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 6; 1)$, $\boldsymbol{b}(-1; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(-1; 4; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; 7; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2; 4; -3)$, $\boldsymbol{b}(1; -3; 2)$, $\boldsymbol{c}(2; -9; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 5; 7)$, $B(16; 2; 6)$, $C(14; 3; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(3; 9; 8)$, $B(2; 14; 12)$, $D(1; 4; 6)$, $E(3; 11; 9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; -1; -1)$, $B(5; -2; -5)$, $C(6; -2; 0)$, и найти расстояние от точки $S(-2; -4; 7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3; 6; -6)$ перпендикулярно плоскостям $-9x + y - 7 = 0$ и $x - y + z - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 7; 6)$, $B(7; 4; -2)$, $C(4; 9; 11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x - 2y + 3z + 13 = 0 \\ -3x + 3y - 2z - 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3; -22; 13)$ относительно плоскости $7y - 5z = -34$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-8}{7}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z - 1 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(4;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;2;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;6;9)$, $B(4;11;12)$, $C(4;10;13)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-7;-4;-3)$, $B(-8;-3;2)$, $D(-17;-10;-4)$, $A_1(-10;-5;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10;9;-9)$, $B(-9;10;-9)$, $C(-9;8;-8)$, и найти расстояние от точки $S(-3;1;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;2;-8)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y + 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;0;4)$, $B(0;-1;1)$, $C(9;3;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 9y + 5z - 18 = 0 \\ x - 7y + 3z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;16;-6)$ относительно плоскости $4x + 9y - 5z + 1 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 4y - 3z = 4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; 2; 3)$, $\boldsymbol{b}(4; -4; -5)$, $\boldsymbol{c}(-5; 3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2; -2; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2; -7; 1)$, $\boldsymbol{b}(2; 1; -1)$, $\boldsymbol{c}(-1; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 5; 2)$, $B(7; 2; 1)$, $C(11; 6; 4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2; 7; -6)$, $B(5; 6; -8)$, $D(3; 8; -11)$, $E(-1; 10; -10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 10; 7)$, $B(-6; 7; 8)$, $C(-6; 8; 9)$, $S(4; -6; -1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6; -6; 3)$ параллельно прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{1}$ и перпендикулярно плоскости $2x - 3y - 8z = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 6; 9)$, $B(11; -1; 12)$, $C(-6; 11; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 5y + z - 21 = 0 \\ -x + y \qquad + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5; -6; 2)$ относительно плоскости $x + y = -6$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{-4} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-1}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z + 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;4;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;-4;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;5)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;4)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;4;6)$, $B(4;3;7)$, $C(3;-1;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0;-5;9)$, $A_2(1;-2;12)$, $A_4(1;-7;5)$, $B_1(-4;-11;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;8;10)$, $B(-4;6;10)$, $C(-3;11;11)$, и найти расстояние от точки $S(2;3;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6;-10;9)$ параллельно плоскости $-x + 2y + 3z = -3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{2} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;6;7)$, $B(3;5;4)$, $C(2;4;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x - 4y + 7z - 18 = 0 \\ -x - y + 3z - 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;18;19)$ относительно плоскости $x + 6y + 7z = 29$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-4} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y - z = 8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;0;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-3;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(0;-1;-9)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;1;9)$, $B(6;2;14)$, $C(5;2;12)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4;2;-3)$, $A_2(6;-6;-10)$, $A_4(1;-5;-7)$, $B_1(2;1;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;-9;0)$, $B(-2;-13;2)$, $C(-4;-12;1)$, и найти расстояние от точки $S(-5;3;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;-7;-4)$ параллельно плоскости $x - 2y + z = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;2;6)$, $B(13;-3;9)$, $C(2;5;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z - 9 = 0 \\ x + 2y + 10z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3;0;-3)$ относительно плоскости $5x - 5y + 2z - 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y + 2z = 2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;5;-1)$, $\boldsymbol{b}(-3;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(4;-4;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;-1;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}|=3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=3\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(5;4;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-7;-5)$, $\boldsymbol{c}(8;15;15)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;1;0)$, $B(1;3;-1)$, $C(6;0;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2$, $|\boldsymbol{n}|=5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0;9;9)$, $B(-2;10;6)$, $D(8;4;19)$, $E(3;7;12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8;-10;10)$, $B(-5;-8;15)$, $C(-4;-7;14)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-5;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;6;2)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-4}$ и перпендикулярно плоскости $-x+y-7z+2=0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;7;0)$, $B(-4;8;-6)$, $C(-5;8;-7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x+2y-5z-8=0 \\ -2x+3y-7z-14=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(5;-21;5)$ на плоскость $4x-10y+3z+5=0$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x-8}{2}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi:-2x-3y+2z-6=0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5; -4; -3)$, $\boldsymbol{b}(-6; 6; 1)$, $\boldsymbol{c}(4; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; 1; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3; -2; 3)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; 1)$, $\boldsymbol{c}(-9; 4; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 3; 6)$, $B(2; 2; 7)$, $C(1; 2; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4; -5; 2)$, $A_2(5; -3; 1)$, $A_4(1; -9; 5)$, $B_1(6; -2; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 0; 9)$, $B(-3; 5; 10)$, $C(-3; 8; 11)$, и найти расстояние от точки $S(-6; -1; 5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2; -4; -3)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + 2y - z = -4$ и $-x - y + z = -1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 8; 1)$, $B(2; 11; 8)$, $C(7; 7; -1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + 3z - 15 = 0 \\ -x - y + 2z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-29; 33; -38)$ на плоскость $9x - 6y + 10z - 29 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : -4x - y + 2z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-6;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;7)$, $\boldsymbol{c}(0;-9;-20)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;8)$, $B(6;2;8)$, $C(6;5;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0;0;-5)$, $A_2(7;0;-6)$, $A_4(-9;2;-10)$, $B_1(-3;-1;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-10;-1)$, $B(5;-11;-4)$, $C(6;-9;1)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-2;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;5;5)$ параллельно плоскости $-8x + 3y + z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;3)$, $B(5;0;1)$, $C(5;-1;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - 2 = 0 \\ -7x + 3y + z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-9;-6;-12)$ на плоскость $-7x - 5y - 4z + 39 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-6}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 5z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; -3; 1)$, $\boldsymbol{b}(3; 1; -2)$, $\boldsymbol{c}(3; 4; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8; -8; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2; 7; 4)$, $\boldsymbol{b}(1; 5; 4)$, $\boldsymbol{c}(-4; -16; -17)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 8)$, $B(18; 5; 9)$, $C(8; 3; 8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(0; 0; -2)$, $B(-8; 3; -5)$, $C(5; 8; 0)$, $D(3; 1; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 6; 6)$, $B(-6; 8; 2)$, $C(-2; 5; 5)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 0; 5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3; 4; 10)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 10y - 3z - 6 = 0$ и $-x - 7y + 2z = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 7; 0)$, $B(-4; 12; -3)$, $C(0; 9; -1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ -3x + y - 2z - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-1; 8; 2)$ на плоскость $3x - 5y + z = 29$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-2}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z + 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-4;-1)$, $\boldsymbol{b}(6;-6;1)$, $\boldsymbol{c}(1;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-13;9;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;1;9)$, $B(9;4;6)$, $C(10;6;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(3;-4;-1)$, $B(5;-2;0)$, $D(2;-3;3)$, $A_1(3;-6;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;2;-7)$, $B(3;3;-7)$, $C(1;3;-6)$, $S(1;2;-1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;-6;-8)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-7x - 3y - z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;0;5)$, $B(4;-7;8)$, $C(-1;2;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y \quad\;\; + 5 = 0 \\ x - 5y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(34;-28;42)$ на плоскость $-10x + 5y - 8z + 60 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+4}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + y + 3z = -1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;3;-4)$, $\boldsymbol{b}(3;4;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;-2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-9;-4;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-11;-3;8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;3;2)$, $B(6;2;0)$, $C(-1;5;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-6;4;3)$, $A_2(-13;5;7)$, $A_4(-8;6;-2)$, $B_1(-7;5;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;0;-9)$, $B(0;-7;-8)$, $C(1;-9;-7)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-3;-1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;6;2)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x+7}{-1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+2}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;2;3)$, $B(0;1;7)$, $C(7;3;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 4y - z + 26 = 0 \\ -x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(12;-24;-5)$ относительно плоскости $4x - 9y - 3z = 14$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-7}{-2}$ и плоскостью $\pi: -x + y + 2z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0; -2; 1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -1; 2)$, $\boldsymbol{c}(-3; 5; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -5; -7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-4; 3; -1)$, $\boldsymbol{c}(-1; 2; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 8; 6)$, $B(10; 9; 5)$, $C(11; 11; 12)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(8; -3; -2)$, $A_2(10; 2; -4)$, $A_4(13; 7; -5)$, $B_1(9; 0; -3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; -7; -3)$, $B(9; -8; -2)$, $C(6; -6; -5)$, $S(-7; 0; 0)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; -1; 4)$ перпендикулярно плоскостям $x + 10y = -4$ и $x + 7y + z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 5)$, $B(-7; -3; 4)$, $C(1; 4; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x - y + 30 = 0 \\ 3x + 3y - z - 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0; 2; 1)$ относительно плоскости $7x - 5y - 8z = 51$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 4y + z + 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;1;-4)$, $\boldsymbol{b}(5;-4;3)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;-10;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -7\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-3;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-6)$, $\boldsymbol{c}(0;3;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;7;1)$, $B(7;8;0)$, $C(0;8;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-8;8;-9)$, $B(-4;11;-10)$, $D(-11;6;-7)$, $A_1(-6;9;-9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;4;-10)$, $B(7;5;-7)$, $C(8;6;-6)$, $S(6;-5;5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-2;3)$ параллельно прямым $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+7}{2}$ и $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;7)$, $B(3;6;4)$, $C(1;11;12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 3y - 2z + 15 = 0 \\ -2x - y + z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;14;9)$ относительно плоскости $-3x - 8y - 9z = 32$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-8}{2}$ и плоскостью $\pi : 3x - 2y + 3z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро DD_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -3; -4)$, $\boldsymbol{b}(-3; 0; -1)$, $\boldsymbol{c}(0; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4; -3; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; -1; 3)$, $\boldsymbol{b}(-5; -3; -14)$, $\boldsymbol{c}(2; -1; 7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 3; 5)$, $B(6; -2; 8)$, $C(6; 2; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(0; -11; 11)$, $Q(-5; -4; 5)$, $R(-4; -6; 2)$, $S(-8; 1; 13)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; -3; -9)$, $B(11; 6; -8)$, $C(10; -2; -8)$, и найти расстояние от точки $S(-8; -5; 0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6; 2; -1)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y - 3z = -4$ и $-x - y + 2z = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 6; 7)$, $B(-2; 1; 5)$, $C(0; 4; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 5y + z - 4 = 0 \\ -x - 8y + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2; -3; 19)$ на плоскость $-4x - 3y + 7z + 72 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 5x + y - 2z = 12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;3)$, $\boldsymbol{c}(-5;3;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;3;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(4;5;1)$, $\boldsymbol{b}(-3;-4;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;1;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;5;3)$, $B(4;4;3)$, $C(5;4;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-8;1;-1)$, $A_2(-7;7;2)$, $A_3(-5;-4;-2)$, $A_4(-7;5;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;-6;5)$, $B(6;-3;6)$, $C(-5;-7;5)$, и найти расстояние от точки $S(6;0;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;10;-2)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ и $\frac{x+5}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;0;1)$, $B(11;-1;-6)$, $C(12;-1;-7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - z + 3 = 0 \\ x - 8y \qquad - 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-6;-3)$ относительно плоскости $8x + 5y + 9z = 28$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-5} = \frac{y-6}{6} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;1;3)$, $\boldsymbol{b}(6;1;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-1;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(4;-2;-7)$, $\boldsymbol{b}(-4;3;5)$, $\boldsymbol{c}(-1;4;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;2;4)$, $B(6;1;3)$, $C(2;3;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(8;-1;6)$, $A_2(10;-2;5)$, $A_3(17;-10;-4)$, $A_4(13;-5;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7;-6;10)$, $B(-6;-11;10)$, $C(-5;-7;11)$, и найти расстояние от точки $S(8;-6;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;4;-3)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{1} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z-1}{-5}$ и $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+7}{-6}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;3;1)$, $B(15;1;-4)$, $C(5;4;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y + z - 12 = 0 \\ -x + 7y \qquad - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;-4;-4)$ относительно плоскости $-x + y + 2z + 12 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-3} = \frac{y+7}{-4} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y - 2z + 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;3;3)$, $\boldsymbol{b}(4;-5;-6)$, $\boldsymbol{c}(-5;2;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 7\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-7;-9)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;7)$, $B(12;3;2)$, $C(11;2;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(6;-3;2)$, $A_2(0;0;9)$, $A_3(1;2;9)$, $A_4(-1;10;14)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2;4;9)$, $B(-3;10;6)$, $C(-1;3;11)$, $S(8;-8;4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;7;-9)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{0}$ и $\frac{x+4}{3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;0;5)$, $B(3;2;12)$, $C(5;1;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 5y - 7z + 23 = 0 \\ x + 2y - z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-7;22)$ относительно плоскости $3y - 7z = -30$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - 2z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 2; 0)$, $\boldsymbol{b}(6; -3; 2)$, $\boldsymbol{c}(2; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8; 3; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(6; -1; -3)$, $\boldsymbol{b}(5; -3; 0)$, $\boldsymbol{c}(-4; 4; 5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 1; 7)$, $B(2; 10; -2)$, $C(1; 6; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(0; -9; -2)$, $A_2(-3; -5; -10)$, $A_3(4; -14; 5)$, $A_4(2; -12; -5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; 8; -9)$, $B(6; 7; -10)$, $C(7; 7; -11)$, $S(-1; -8; 4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8; -6; 7)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{5} = \frac{z-6}{1}$ и $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 0; 5)$, $B(1; 7; 10)$, $C(0; 10; 12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y + z - 21 = 0 \\ 3x - y + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-11; 12; -15)$ относительно плоскости $-8x + 7y - 7z - 34 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x - y - 2z - 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -2; 5)$, $\boldsymbol{b}(1; -1; 3)$, $\boldsymbol{c}(3; 1; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9; -5; 9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-7; 4; -1)$, $\boldsymbol{b}(-3; 3; -2)$, $\boldsymbol{c}(10; -12; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 1; 8)$, $B(8; 8; 11)$, $C(5; -1; 7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-3; -8; -1)$, $B(-10; -15; 2)$, $D(-6; -13; -2)$, $E(-8; -17; -3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; -5; 0)$, $B(-3; -4; -2)$, $C(10; -6; 3)$, $S(2; -3; 2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8; -4; 5)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $3x - 7y + 2z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 8; 8)$, $B(5; 9; 11)$, $C(8; 7; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + z - 11 = 0 \\ -x + 2y + 2z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8; 12; -5)$ относительно плоскости $-2x - 5y + 3z = 4$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 2z + 8 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 4; -3)$, $\boldsymbol{b}(3; 4; 0)$, $\boldsymbol{c}(-1; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; 1; -6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 2; 2)$, $\boldsymbol{b}(-7; 3; 5)$, $\boldsymbol{c}(6; -4; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 0; 1)$, $B(6; 2; 0)$, $C(11; -3; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(9; 0; -1)$, $A_2(7; 1; -4)$, $A_3(6; 2; -5)$, $A_4(2; -10; -10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; -9; 3)$, $B(12; -5; 2)$, $C(4; -12; 4)$, $S(1; -2; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10; -10; 1)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y - z = -5$ и $-x + y - 2z - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 6; 9)$, $B(2; 3; 5)$, $C(-1; 8; 12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - 5y - 2z + 5 = 0 \\ 2x + 6y + z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-12; 32; 11)$ на плоскость $-3x + 8y + 5z - 53 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + 3z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;2)$, $\boldsymbol{b}(3;5;3)$, $\boldsymbol{c}(5;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-8;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;4;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;3)$, $\boldsymbol{c}(0;-1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;6;5)$, $B(17;8;4)$, $C(6;5;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-1;1;-3)$, $B(-5;4;-6)$, $D(8;-7;3)$, $A_1(-3;3;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;6;0)$, $B(2;5;0)$, $C(5;9;-1)$, и найти расстояние от точки $S(5;0;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;4;-4)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y + 5z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;4;7)$, $B(11;5;10)$, $C(6;3;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y - z - 4 = 0 \\ 3x + 5y + 2z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(25;-16;-9)$ на плоскость $9x - 4y - 5z = 90$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-4} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - y + 3z = -13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-3;4)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;5)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;6;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 7\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(0;0;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;5;1)$, $B(2;6;0)$, $C(-5;6;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(2;-8;8)$, $B(10;-5;5)$, $D(-1;-8;9)$, $A_1(5;-6;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;7;6)$, $B(-1;10;5)$, $C(7;8;6)$, $S(-2;0;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;7;1)$ перпендикулярно плоскостям $3x + y - 2z + 2 = 0$ и $2x + 4y - z + 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;6;3)$, $B(-2;9;2)$, $C(-1;7;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 4y + z + 19 = 0 \\ x + 3y + z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5;-3;-3)$ относительно плоскости $-6x - 3y - 5z + 51 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+7}{4}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z = -3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(-2; 4; -5)$, $\boldsymbol{c}(0; 4; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; 1; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6; -1; 2)$, $\boldsymbol{b}(0; 5; -1)$, $\boldsymbol{c}(-3; -1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 9; 7)$, $B(5; 4; 6)$, $C(4; 8; 7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(9; 3; -5)$, $A_2(6; 2; -10)$, $A_3(7; 2; -9)$, $A_4(10; 0; -4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 7; -4)$, $B(4; 9; -3)$, $C(-1; 8; -3)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 7; -3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; 4; 10)$ параллельно плоскости $x + y - 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 8; 9)$, $B(2; 9; 11)$, $C(-1; 11; 16)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z + 4 = 0 \\ 3x - 3y - z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0; 0; 0)$ относительно плоскости $3x + 2y + 3z - 33 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{5} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-4}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - y + z - 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; -1; 3)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; -5)$, $\boldsymbol{c}(1; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2; 1; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1; -2; 4)$, $\boldsymbol{b}(1; -2; -1)$, $\boldsymbol{c}(2; 1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 8; 8)$, $B(10; 7; 8)$, $C(8; 10; 9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(0; 3; 9)$, $A_2(-4; -3; 6)$, $A_3(4; 10; 14)$, $A_4(-3; -1; 7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 4; -5)$, $B(-5; 2; -6)$, $C(-2; 7; -8)$, и найти расстояние от точки $S(-5; 0; 2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; 5; -9)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 0; 2)$, $B(-1; -2; 11)$, $C(3; -1; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y + z - 1 = 0 \\ -2x - 3y - 2z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(11; 7; -1)$ относительно плоскости $-5x - 3y = 9$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y-5}{5} = \frac{z+3}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - 2z = -5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 1; -3)$, $\boldsymbol{b}(2; -1; 4)$, $\boldsymbol{c}(-3; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3; 4; -9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1; -6; -1)$, $\boldsymbol{b}(2; 3; 1)$, $\boldsymbol{c}(-4; 7; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 1; 8)$, $B(9; -8; 9)$, $C(10; -9; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-1; -8; 2)$, $A_2(1; -7; 0)$, $A_4(2; -6; 3)$, $B_1(2; -6; 2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 8; 10)$, $B(-2; 9; 11)$, $C(-6; 9; 12)$, и найти расстояние от точки $S(2; 7; 3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2; 10; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + y - z + 6 = 0$ и $9x - y + 2z + 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 4; 1)$, $B(0; 6; -3)$, $C(3; -1; 10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 7x + y \qquad + 11 = 0 \\ -5x - y + z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11; -41; -22)$ на плоскость $3x - 8y - 8z = -11$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{3}$ и плоскостью $\pi : 3x - y - z = 9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(1;5;-4)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10;-9;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;2;3)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(4;-5;-8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;0;8)$, $B(4;-6;11)$, $C(3;-5;12)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(5;4;6)$, $B(6;0;3)$, $C(6;-1;2)$, $D(9;13;7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9;3;1)$, $B(-8;4;0)$, $C(-10;0;5)$, $S(5;-8;-4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;-2;-9)$ параллельно плоскости $-x + y - z = -1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+3}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;6;7)$, $B(13;15;3)$, $C(9;8;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y - z + 13 = 0 \\ -x - y + 2z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;2;1)$ относительно плоскости $-2x - y + 7z - 24 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+1}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z = -12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(-2; -1; 0)$, $\boldsymbol{c}(0; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8; -2; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(3; 8; 18)$, $\boldsymbol{c}(-3; -1; -6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 1; 9)$, $B(3; 5; 9)$, $C(2; 8; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-5; -5; 3)$, $B(-7; -1; 2)$, $C(-5; -4; 3)$, $D(-8; -6; -3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 7; 0)$, $B(2; 5; 1)$, $C(0; 4; 1)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -2; 8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6; -3; 5)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $5x - y + 2z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 0; 7)$, $B(6; -2; 4)$, $C(4; 3; 11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 9x + 3y + 2z + 14 = 0 \\ -5x - 2y - z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-20; -8; -18)$ на плоскость $-9x - 3y - 4z = 64$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{3} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = 8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа Э5-11.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро AA_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-5;-3)$, $\boldsymbol{b}(3;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(6;-5;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;0;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;6;-3)$, $\boldsymbol{b}(0;-7;12)$, $\boldsymbol{c}(-1;5;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;1;0)$, $B(-3;3;1)$, $C(1;2;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(4;-7;-7)$, $A_2(8;-4;-9)$, $A_3(6;-8;-7)$, $A_4(-5;-8;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-4;-9)$, $B(4;0;-8)$, $C(1;-9;-9)$, $S(-3;-8;1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;2;5)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 5y - 3z + 6 = 0$ и $-x - 2y + 2z = 7$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;6)$, $B(8;2;7)$, $C(6;5;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 3y - 8z - 21 = 0 \\ x - 2y - 3z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;5;1)$ относительно плоскости $-x - 2y - z = -4$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + 3z - 1 = 0$.