Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;-5;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(3;4;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;1;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;-9;3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;3;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;2;0)$, $B(-4;3;0)$, $C(7;0;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-6;2;7)$, $B(-4;7;5)$, $C(-4;-5;11)$, $D(-7;12;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4;-6;-8)$, $B(-6;-4;-9)$, $C(5;-11;-5)$, и найти расстояние от точки $S(-6;6;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;2;-9)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+5}{1}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y + 3z = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(5;7;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y - 5z - 4 = 0 \\ -4x - y + 6z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;1;0)$ относительно плоскости $7x + 7y + 2z + 9 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 6y + 2z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;5;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-5;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;9;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;3;1)$, $B(6;4;0)$, $C(-7;1;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-2;4;3)$, $A_2(2;11;0)$, $A_4(-6;-3;4)$, $B_1(-3;2;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-6;3)$, $B(4;-7;8)$, $C(1;-5;-3)$, $S(0;4;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;0;8)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 8y - z = -1$ и $x - 7y - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;6)$, $B(0;2;14)$, $C(3;6;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 4y - z - 15 = 0 \\ -3x - 3y + z + 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3;-4;2)$ относительно плоскости $7x - z = 2$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = -12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;1;-5)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;5)$, $\boldsymbol{c}(3;-5;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;9;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-9;8;-6)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;8;3)$, $B(6;7;12)$, $C(-1;9;-2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-7;2;9)$, $A_2(-10;4;11)$, $A_4(-2;1;10)$, $B_1(1;0;10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-5;3)$, $B(-2;-4;2)$, $C(9;-6;5)$, и найти расстояние от точки $S(0;3;1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;0;-8)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{9} = \frac{z+6}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x + 7y + z = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;3;1)$, $B(0;6;-1)$, $C(0;5;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - 4z + 3 = 0 \\ x + y + z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(17;-3;-14)$ на плоскость $-5x + 2y + 4z = -12$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+3}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi: 2x - 2y + z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;4;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;4;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;-5;-8)$, $\boldsymbol{b}(5;-5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;4;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;5;9)$, $B(-8;4;4)$, $C(9;6;13)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(8;2;-4)$, $Q(7;-1;-7)$, $R(9;4;-2)$, $S(12;-7;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;-10;-10)$, $B(1;-15;-7)$, $C(0;-16;-6)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-4;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;7;-7)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $3x + 3y + z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;6)$, $B(8;-4;3)$, $C(3;9;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 7 = 0 \\ 2x + 3y + z + 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;3;-5)$ относительно плоскости $-x + 3z = -1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{4} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-7}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4; 2; 1)$, $\boldsymbol{b}(-4; -3; 1)$, $\boldsymbol{c}(1; 0; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; 5; -9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-6; -1; -3)$, $\boldsymbol{b}(-2; -4; 1)$, $\boldsymbol{c}(7; 3; 6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 6; 9)$, $B(-1; 7; 8)$, $C(1; 7; 9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2; -3; 7)$, $B(3; 1; 8)$, $D(7; -9; 8)$, $E(0; -12; 5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; -1; 9)$, $B(-9; 4; 10)$, $C(-9; 0; 11)$, и найти расстояние от точки $S(3; 0; 4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5; 4; -5)$ параллельно прямой $\frac{x}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{2}$ и перпендикулярно плоскости $5x - y - z = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 0; 0)$, $B(5; -2; -4)$, $C(13; 3; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x + 2y + z - 3 = 0 \\ -x - y \qquad + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5; 3; -8)$ относительно плоскости $x - 4y + 9z + 40 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-4} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y + z + 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-5;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;9;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;8;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-3;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;6;4)$, $B(7;-3;5)$, $C(8;5;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(5;-4;-6)$, $B(12;-9;-7)$, $D(3;-1;-7)$, $E(3;1;-9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;-3;9)$, $B(10;1;10)$, $C(9;-2;10)$, и найти расстояние от точки $S(8;3;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;1;7)$ параллельно плоскости $-x - 3y = 9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{4} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;8)$, $B(-1;3;5)$, $C(-4;5;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + z + 12 = 0 \\ 4x - 5y - 10z - 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11;5;10)$ на плоскость $-3x + y - 8z = 40$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+8}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi: -2x - 4y - 2z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;6;1)$, $\boldsymbol{b}(1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(1;1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-1;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(9;-6;-5)$, $\boldsymbol{b}(7;-7;-4)$, $\boldsymbol{c}(-5;4;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;1;8)$, $B(-5;2;11)$, $C(2;0;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(3;0;7)$, $B(8;9;5)$, $D(5;4;6)$, $E(-7;-7;4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10;-3;-4)$, $B(-8;-6;-3)$, $C(-13;2;-7)$, и найти расстояние от точки $S(7;8;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;-7;-10)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $7x + 5y - 8z = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;6;5)$, $B(9;9;10)$, $C(-2;5;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 4y \qquad - 2 = 0 \\ x - 3y + z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;3;-2)$ относительно плоскости $5x + 7y - 2z = -19$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-8}{-4} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+7}{3}$ и плоскостью $\pi: x + y - z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;5;2)$, $\boldsymbol{b}(1;5;3)$, $\boldsymbol{c}(1;2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;6;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 7\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-3;5;9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;5;7)$, $B(6;6;8)$, $C(8;10;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(7;7;0)$, $Q(4;4;-7)$, $R(10;10;8)$, $S(9;11;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-10;7)$, $B(1;-14;7)$, $C(8;-5;8)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-1;1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;2;6)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{-1} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y + z = 7$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;5;2)$, $B(2;10;4)$, $C(6;7;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y + 2z - 9 = 0 \\ x + y - 3z + 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-12;-5;8)$ относительно плоскости $7x + y - 4z + 22 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-7}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y - z = 8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-4)$, $\boldsymbol{c}(3;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-5;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;5;3)$, $\boldsymbol{b}(4;7;6)$, $\boldsymbol{c}(-13;-14;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;5;0)$, $B(7;6;0)$, $C(8;4;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(5;-3;1)$, $B(4;-8;4)$, $D(2;-6;-7)$, $A_1(4;-6;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;-2;10)$, $B(-10;-11;5)$, $C(-8;-7;8)$, $S(7;1;-6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;2;5)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+7}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;1;1)$, $B(2;-2;3)$, $C(3;-4;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 4x + 5y - 5z + 17 = 0 \\ x - y - z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;9;-1)$ относительно плоскости $2x - 3y + 3z - 3 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + 2z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-4;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;-5;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-3;3;-10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;6;8)$, $B(7;5;7)$, $C(6;9;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-4;-8;0)$, $B(-9;-9;10)$, $C(-7;-5;-1)$, $D(-2;-7;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8;-4;-1)$, $B(9;-6;-8)$, $C(7;-1;9)$, и найти расстояние от точки $S(2;-6;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;9;-7)$ параллельно плоскости $-9x + 3y + 2z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;5;7)$, $B(6;7;16)$, $C(3;6;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 5y + z + 4 = 0 \\ 3x - 8y + 2z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-10;10)$ относительно плоскости $-x - 4y + 3z - 5 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + y + 3z + 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;1;-5)$, $\boldsymbol{b}(-2;0;3)$, $\boldsymbol{c}(1;2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;1;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-4;7;-4)$, $\boldsymbol{c}(-2;2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;7;7)$, $B(6;8;4)$, $C(6;5;14)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(3;0;1)$, $B(1;-1;2)$, $D(13;-1;-6)$, $E(2;3;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;5;2)$, $B(-5;6;1)$, $C(-6;6;2)$, $S(-8;-7;6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;-8;-6)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;8;8)$, $B(5;9;6)$, $C(3;10;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 9y - z + 4 = 0 \\ x - y + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;7;3)$ относительно плоскости $7y + z - 27 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{4}$ и плоскостью $\pi : -x - y - 3z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;1;5)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;-2;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(0;4;3)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;1)$, $B(3;9;9)$, $C(2;9;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-7;6;-4)$, $B(3;3;5)$, $D(-10;7;-7)$, $A_1(-13;9;-8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-7;-6)$, $B(-2;-5;-7)$, $C(11;-10;-4)$, и найти расстояние от точки $S(2;-8;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;-5;8)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{1} = \frac{y-4}{-7} = \frac{z-3}{-2}$ и $\frac{x+7}{1} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;0;9)$, $B(7;3;10)$, $C(8;4;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 22 = 0 \\ -2x - y + z - 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;1;2)$ относительно плоскости $3x - 2y + 3z = 12$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{-3}$ и плоскостью $\pi : x + y + z - 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(1;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;-5;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;7;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(-9;13;-4)$, $\boldsymbol{c}(3;-4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;1)$, $B(7;11;3)$, $C(5;0;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4;7;6)$, $A_2(3;9;13)$, $A_4(2;8;12)$, $B_1(5;6;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4;3;-1)$, $B(-3;-2;-1)$, $C(-5;1;0)$, $S(7;8;1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;9;-4)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-6}{5}$ и $\frac{x}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+3}{7}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;0;3)$, $B(1;1;2)$, $C(8;-3;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y + z - 3 = 0 \\ -x + 2y + z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-21;-20;22)$ на плоскость $-7x - 9y + 10z - 87 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+8}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y + 2z = -13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;3;2)$, $\boldsymbol{c}(5;-4;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;2;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(4;1;6)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;2;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;3)$, $B(11;7;4)$, $C(5;4;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(6;-5;-3)$, $A_2(13;-10;-8)$, $A_3(7;-8;-5)$, $A_4(4;-8;-5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;0;6)$, $B(4;1;7)$, $C(-1;-1;9)$, и найти расстояние от точки $S(2;0;7)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(8;-2;9)$ параллельно плоскости $x - 9y = -1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+6}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;2;4)$, $B(4;-5;7)$, $C(5;-2;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x-3y-z+14=0 \\ x+2y \qquad -3=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-10;2;-1)$ на плоскость $x - 3y - 2z = 42$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 5y + 2z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро AA_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;0;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-5;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-6;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-5;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;4;9)$, $B(2;5;9)$, $C(7;5;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(8;4;4)$, $B(7;2;3)$, $C(11;8;-5)$, $D(6;1;14)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;-2;9)$, $B(-4;-1;10)$, $C(-9;1;8)$, и найти расстояние от точки $S(3;-1;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;9;3)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y - 2z + 3 = 0$ и $-2x + 2y + 3z = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;8;7)$, $B(8;6;6)$, $C(-5;15;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x + 2y + 3z - 5 = 0 \\ -2x - y - z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-18;23;-16)$ на плоскость $7x - 5y + 3z = -40$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{4} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+3}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z + 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(6;1;-4)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;-7;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;4;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-14;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;4;2)$, $B(1;11;2)$, $C(-1;5;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-5;6;-4)$, $A_2(-4;8;-4)$, $A_4(-7;5;-3)$, $B_1(-2;10;-6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;1;-10)$, $B(3;2;-11)$, $C(-14;0;-8)$, $S(-6;0;4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;5;1)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+6}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y + z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;0;2)$, $B(6;-1;1)$, $C(3;1;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + 5z - 16 = 0 \\ -x - y + 2z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-15;15;21)$ на плоскость $-6x + 5y + 4z = -59$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y - 4z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;-2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;-5;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;-1;4)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;3;4)$, $B(6;10;6)$, $C(4;12;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(6;6;12)$, $B(4;5;3)$, $C(3;4;-7)$, $D(7;7;10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-1;-6)$, $B(-2;0;-8)$, $C(-5;0;-7)$, и найти расстояние от точки $S(-1;5;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;-7;7)$ перпендикулярно плоскостям $-3x - y + z = 5$ и $-x - 2y - 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;1;9)$, $B(5;2;9)$, $C(6;3;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + 5z + 2 = 0 \\ 3x - y + 6z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-12;4;-12)$ на плоскость $-9x + 5y - z = -74$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : -3x - 2y + 3z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;2;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;3)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;-3;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-7;-7;-2)$, $\boldsymbol{b}(-9;-10;-2)$, $\boldsymbol{c}(4;4;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;4;9)$, $B(8;-4;10)$, $C(5;5;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-6;2;-7)$, $B(-9;2;-6)$, $D(-5;3;-4)$, $A_1(0;4;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8;8;1)$, $B(10;3;2)$, $C(11;1;3)$, и найти расстояние от точки $S(-7;4;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;8;7)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+8}{1}$ и $\frac{x+5}{-1} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-4}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;8;3)$, $B(14;7;8)$, $C(3;9;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ -x - 10y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-12;-23;0)$ на плоскость $2x + 7y - 2z - 43 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+4}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y - 2z = 15$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-4;-5)$, $\boldsymbol{c}(4;3;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;-4;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-7)$, $\boldsymbol{c}(5;4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;4;0)$, $B(2;3;7)$, $C(3;3;10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-5;8;5)$, $B(-7;7;8)$, $C(-6;11;7)$, $D(-4;4;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;8;7)$, $B(2;10;2)$, $C(-3;7;10)$, $S(4;-4;2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;4;2)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x+7}{-5} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;5;2)$, $B(8;6;3)$, $C(9;7;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + 7 = 0 \\ x - 4y + z + 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-11;-5;10)$ относительно плоскости $5x + y - 4z - 5 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 2y - z = 14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;5;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;0)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;4;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(7;-3;-6)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;9;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;3;7)$, $B(16;4;8)$, $C(-1;2;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-1;5;5)$, $A_2(2;0;-5)$, $A_3(-3;-2;-3)$, $A_4(4;1;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-4;-5)$, $B(7;-2;-3)$, $C(-1;-9;-8)$, и найти расстояние от точки $S(6;-3;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;-6;-10)$ параллельно плоскости $x + y + z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-6} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-5}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;0;8)$, $B(2;10;12)$, $C(11;-3;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - z + 2 = 0 \\ -3x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-10;11;14)$ относительно плоскости $4x - 3y - 7z = 14$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - 4y + 5z + 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-3;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-5;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;4;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(6;-3;5)$, $\boldsymbol{b}(-4;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-13;10;-14)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;5;5)$, $B(6;3;5)$, $C(5;4;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-4;8;-5)$, $A_2(-13;10;-12)$, $A_3(6;6;4)$, $A_4(-9;9;-8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;4;3)$, $B(1;5;5)$, $C(8;3;4)$, и найти расстояние от точки $S(-3;-3;0)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6;-7;7)$ параллельно плоскости $x + 3y - z = 2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+8}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;2;7)$, $B(6;4;4)$, $C(6;5;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 4y - z - 7 = 0 \\ x + y \qquad - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-14;-8;10)$ относительно плоскости $8x + 3y - 5z + 39 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{1} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi: -x - 3y + 2z = -8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;0;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;4;0)$, $\boldsymbol{c}(4;5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-1;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;-4;-8)$, $\boldsymbol{b}(1;-2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-3;5;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;4;6)$, $B(13;7;7)$, $C(8;6;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-6;4;10)$, $Q(-5;-1;3)$, $R(-8;-5;-1)$, $S(-7;0;5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-3;8)$, $B(3;4;8)$, $C(4;6;9)$, $S(-2;-8;-7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;8;6)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + 3y - 5z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;9)$, $B(3;7;10)$, $C(4;10;12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 2y + z - 17 = 0 \\ -3x - y - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(7;-3;-7)$ на плоскость $7x - y + z + 57 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = -13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(5;4;-4)$, $\boldsymbol{c}(-5;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2;7;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;1;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;6;3)$, $B(12;8;6)$, $C(6;5;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(3;-1;3)$, $Q(1;-2;-3)$, $R(2;0;6)$, $S(0;-2;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4;10;-4)$, $B(-11;9;-5)$, $C(5;12;-3)$, и найти расстояние от точки $S(7;3;3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;-6;2)$ параллельно плоскости $2x + y - 3z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+2}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;6;6)$, $B(5;8;11)$, $C(5;7;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 4z - 17 = 0 \\ x + y + 5z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-24;27;-30)$ на плоскость $6x - 10y + 7z + 69 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-7}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi: -x + 2y - z + 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-5;-4;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;-8;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;-6)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;9;1)$, $B(7;13;2)$, $C(5;10;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(9;-6;2)$, $Q(16;-1;0)$, $R(17;-11;4)$, $S(18;-3;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;-5;3)$, $B(0;-8;4)$, $C(0;-9;5)$, и найти расстояние от точки $S(-3;-4;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;-10;-3)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$ и перпендикулярно плоскости $2x + y - 4z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;1;7)$, $B(-3;-4;9)$, $C(-1;-1;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + 2z - 28 = 0 \\ 2x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-1;-4;9)$ на плоскость $x + 3y + z + 26 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-3} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -3x - y - z - 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;4;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-3;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;2)$, $\boldsymbol{b}(1;1;2)$, $\boldsymbol{c}(-9;-4;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;5;2)$, $B(12;4;4)$, $C(5;4;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(6;-2;-3)$, $B(11;1;-7)$, $D(11;2;-12)$, $E(9;0;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-3;3)$, $B(1;-7;0)$, $C(3;0;5)$, $S(-2;-7;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;1;2)$ перпендикулярно плоскостям $4x - 3y + z = -5$ и $-x + 2y - z - 8 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;9;3)$, $B(7;8;0)$, $C(12;12;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 3y - z - 23 = 0 \\ \quad x - y \qquad + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-21;-11;16)$ относительно плоскости $-7x - 6y + 5z - 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - 2y - 3z = -3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 3; 2)$, $\boldsymbol{b}(-3; 3; 1)$, $\boldsymbol{c}(-2; 1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; 0; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -9\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; -3; -3)$, $\boldsymbol{b}(-2; 7; 2)$, $\boldsymbol{c}(3; -3; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 8; 9)$, $B(-6; 11; 7)$, $C(-5; 10; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(-6; -4; 9)$, $Q(-11; 6; 13)$, $R(-9; -7; 11)$, $S(-4; -2; 8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 3; -7)$, $B(1; 2; -8)$, $C(8; 4; -7)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 8; 7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; -1; 3)$ параллельно прямым $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+5}{1}$ и $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+2}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 1)$, $B(2; 8; 4)$, $C(1; 10; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + 2z - 1 = 0 \\ 3x - y - z + 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(24; -9; 7)$ относительно плоскости $8x - 3y + 3z - 35 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -4x - y - z + 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -4; -3)$, $\boldsymbol{b}(-6; 4; 3)$, $\boldsymbol{c}(-5; 3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; 0; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; -4; -2)$, $\boldsymbol{b}(-3; -2; 1)$, $\boldsymbol{c}(2; 9; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 5; 8)$, $B(4; 9; 1)$, $C(2; 2; 14)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4; -1; -5)$, $A_2(1; -2; 1)$, $A_4(3; 1; -4)$, $B_1(5; -1; -7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 7; 8)$, $B(3; 9; 7)$, $C(4; 12; 7)$, $S(-1; 0; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2; -5; 9)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-9x + y + z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 3; 3)$, $B(6; 2; 1)$, $C(7; 2; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y - z - 5 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(36; 35; 17)$ на плоскость $-9x - 10y - 6z + 125 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-6}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y + z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-4;-5)$, $\boldsymbol{b}(2;1;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;6;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-10;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;5)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;6;1)$, $B(8;5;6)$, $C(3;7;-5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-7;3;8)$, $A_2(-8;-5;12)$, $A_4(-6;5;7)$, $B_1(-11;10;5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;-5;-2)$, $B(6;1;-5)$, $C(5;-4;-3)$, $S(-2;5;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;-5;-3)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{-8} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-5x + y + z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;9;5)$, $B(5;7;5)$, $C(9;14;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x + y + z - 4 = 0 \\ 5x - y \qquad - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-30;-23;2)$ на плоскость $9x + 10y - 3z = 64$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+1}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = -2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;1;4)$, $\boldsymbol{b}(4;-1;0)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;1;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(2;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(-9;-3;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;9;1)$, $B(10;12;2)$, $C(11;16;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-6;1;-2)$, $A_2(-1;10;-3)$, $A_4(-5;-2;-4)$, $B_1(-11;-6;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;-2;-7)$, $B(3;-3;-6)$, $C(5;-3;-7)$, $S(-8;0;0)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;7;-7)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x+8}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;7;9)$, $B(6;5;4)$, $C(8;4;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 5y - 16 = 0 \\ -x + 7y + z + 30 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;-4;-9)$ относительно плоскости $-x - 9z = -43$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y + 2z + 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;3;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-4;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;5;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;4;6)$, $B(7;1;0)$, $C(4;6;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(-2;-2;0)$, $Q(-3;-4;-2)$, $R(-2;-13;1)$, $S(0;1;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;-3;5)$, $B(2;-4;2)$, $C(-7;-2;7)$, $S(0;-2;-5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;10;-5)$ параллельно прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+8}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - y - z = 3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;7)$, $B(12;4;10)$, $C(11;4;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - z - 6 = 0 \\ x + 3y - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-14;5;14)$ относительно плоскости $-4x + 3y + 5z = 16$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{5} = \frac{y+4}{1} = \frac{z}{-5}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;0;3)$, $\boldsymbol{b}(0;1;4)$, $\boldsymbol{c}(4;3;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;6;2)$, $\boldsymbol{b}(2;3;0)$, $\boldsymbol{c}(2;-4;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;0;1)$, $B(-2;1;1)$, $C(3;-2;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-9;7;4)$, $B(-13;3;-5)$, $D(-10;8;8)$, $A_1(-6;8;5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4;-5;7)$, $B(7;-6;7)$, $C(2;-7;6)$, $S(-5;-3;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;8;-4)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y - 3z + 3 = 0$ и $2x - y - 4z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;1;8)$, $B(6;-3;13)$, $C(4;6;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x + y + z - 11 = 0 \\ 4x - y \qquad + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(0;17;15)$ на плоскость $x - 6y - 2z - 32 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{3} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + z = -5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;3;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(2;-3;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-1;6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;-9;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;9)$, $B(14;9;8)$, $C(16;9;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(6;0;9)$, $B(4;1;5)$, $D(7;-2;12)$, $A_1(7;-6;16)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;1;-4)$, $B(4;10;-3)$, $C(3;8;-3)$, и найти расстояние от точки $S(-7;-6;0)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8;8;3)$ параллельно плоскости $3x + 3y - z + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+5}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;4)$, $B(5;0;1)$, $C(3;3;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y \qquad - 23 = 0 \\ -x - 3y + z - 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;-1;-6)$ относительно плоскости $-y - 3z - 14 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{4} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-8}{2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;4;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;-1;-3)$, $\boldsymbol{c}(5;3;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;3;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;4;3)$, $\boldsymbol{b}(8;-5;1)$, $\boldsymbol{c}(-4;1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;4;5)$, $B(12;5;5)$, $C(11;3;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;0;-2)$, $B(2;3;2)$, $D(1;1;1)$, $E(5;4;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;7;3)$, $B(-2;9;4)$, $C(-4;6;3)$, $S(-1;8;3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;-6;-1)$ параллельно плоскости $-x + y - 2z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+8}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;9)$, $B(6;9;6)$, $C(7;10;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - z + 3 = 0 \\ 2x + 9y + z + 30 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-5;3;0)$ на плоскость $-x - 2y + z + 13 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 4y - z = -5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;3;1)$, $\boldsymbol{b}(-5;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;2;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;3;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;1)$, $\boldsymbol{c}(7;-3;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;6;7)$, $B(3;7;7)$, $C(5;11;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(6;-9;-2)$, $B(3;-5;3)$, $D(6;-10;-4)$, $A_1(4;-7;1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;-8;-6)$, $B(-6;-7;-3)$, $C(-8;-6;-7)$, $S(-2;5;7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;3;0)$ перпендикулярно плоскостям $x - 2y + z - 7 = 0$ и $-x - y = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;1)$, $B(2;9;-3)$, $C(-1;10;-8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 2z + 21 = 0 \\ -3x + 2y + z + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;-6;7)$ относительно плоскости $-2x + 5y - 7z - 34 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-8}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + 3z - 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;1;3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-2;-6)$, $\boldsymbol{c}(3;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;4;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-5;6)$, $\boldsymbol{b}(-3;-15;2)$, $\boldsymbol{c}(3;5;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;7;2)$, $B(5;6;3)$, $C(2;8;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-6;-1;-4)$, $Q(1;-5;-1)$, $R(-9;2;-8)$, $S(-4;-3;-1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;10;3)$, $B(1;12;6)$, $C(-8;9;2)$, $S(-4;-8;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;2;-8)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ и $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;5;8)$, $B(1;4;9)$, $C(-1;7;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z - 10 = 0 \\ -6x - 4y + 3z - 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;-6;-4)$ относительно плоскости $y + z = -7$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-6}{5}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - z - 15 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро BB_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;3;1)$, $\boldsymbol{b}(0;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-4;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;4;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(4;5;1)$, $\boldsymbol{c}(-17;-15;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;9;8)$, $B(-6;8;7)$, $C(11;11;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-2;3;-9)$, $A_2(-5;-4;-11)$, $A_3(0;8;-8)$, $A_4(6;4;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7;-3;2)$, $B(10;-7;-5)$, $C(5;0;5)$, $S(0;-6;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;2;1)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + 5z = -3$ и $-x + 2y - z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;7;8)$, $B(1;8;7)$, $C(1;9;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 5y + 2z - 24 = 0 \\ -x + y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-45;19;31)$ на плоскость $10x - 3y - 7z = -92$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 4y + 2z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-6;-1)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;6;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;1;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;4;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-11;1;8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;0;2)$, $B(2;-5;4)$, $C(3;-3;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-3;-6;-7)$, $A_2(-7;-5;-9)$, $A_4(-10;-4;-8)$, $B_1(-12;-4;-11)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-4;8)$, $B(-8;-3;13)$, $C(-12;-6;2)$, и найти расстояние от точки $S(2;-4;2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;-8;-1)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{-9} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+5}{-2}$ и $\frac{x-1}{5} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;2;1)$, $B(1;3;5)$, $C(6;1;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ -x - 2y + z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(7;-3;-4)$ относительно плоскости $-2x + y + 3z - 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+7}{-2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi: -2x + 3y - 3z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(6;3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;-1;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 8\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;3;2)$, $\boldsymbol{b}(2;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;-7;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;3;3)$, $B(2;2;0)$, $C(14;4;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-7;0;5)$, $B(-3;2;0)$, $D(-10;-2;9)$, $E(-11;-1;11)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-9;6)$, $B(0;-8;8)$, $C(0;-7;7)$, и найти расстояние от точки $S(4;-5;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;0;-4)$ перпендикулярно плоскостям $3x + y - z = 3$ и $2x - y + 2z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;4;2)$, $B(14;5;-2)$, $C(13;5;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x + 3y + 5z - 4 = 0 \\ -2x + y + 2z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(6;17;18)$ относительно плоскости $-4x - 5y - 7z = -10$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y - 2z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;4)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;1;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-9;-2;4)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;8;9)$, $B(2;9;10)$, $C(0;-2;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-16;-14;-6)$, $A_2(-9;-9;-8)$, $A_3(-2;-12;-7)$, $A_4(-13;-7;-9)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10;-3;-4)$, $B(11;6;-4)$, $C(9;-7;-3)$, и найти расстояние от точки $S(-3;-7;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;2;-3)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + y + 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;4;2)$, $B(-1;3;5)$, $C(4;5;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 2z - 22 = 0 \\ -4x - y + z - 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-3;39;4)$ на плоскость $-3x + 10y - 2z - 52 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y-6}{-7} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z + 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ11-13Б.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;4;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-6;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;-1;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 8\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(4;-4;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(0;1;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;3;1)$, $B(10;-4;0)$, $C(7;4;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(6;2;-2)$, $A_2(9;1;3)$, $A_3(2;4;-9)$, $A_4(1;4;-12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;-6;-9)$, $B(-2;-7;-8)$, $C(-7;-8;-8)$, и найти расстояние от точки $S(6;8;8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(8;4;-10)$ параллельно плоскости $x - y = 1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;7;0)$, $B(10;2;-3)$, $C(11;0;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + y - 4z + 5 = 0 \\ -3x + 2y - 7z + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(2;3;-5)$ относительно плоскости $5y - 3z = -21$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y + 3z = 9$.