

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -5; 1)$, $\mathbf{b}(3; 4; -3)$, $\mathbf{c}(2; 3; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -5; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -1)$, $\mathbf{b}(7; -5; -6)$, $\mathbf{c}(-17; 10; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 2; 3)$, $B(6; -2; 0)$, $C(4; -5; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-8; -4; 5)$, $A_2(-7; -3; 8)$, $A_4(-11; -9; 10)$, $B_1(-11; -8; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; 1; -7)$, $B(-8; 3; -8)$, $C(-11; -4; -6)$, и найти расстояние от точки $S(1; 1; 7)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6; -7; 2)$ параллельно плоскости $x + y = -5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 2; 9)$, $B(14; 5; 11)$, $C(11; 4; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - 2z - 13 = 0 \\ 2x - 4y - 3z - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(23; -2; -13)$ на плоскость $7x - 5y - 9z = -22$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -4x + 2y + z + 13 = 0$.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 1; -5)$, $\mathbf{b}(-1; -3; 0)$, $\mathbf{c}(0; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-10; -8; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -4; -1)$, $\mathbf{b}(-21; 22; 11)$, $\mathbf{c}(7; -7; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 8; 8)$, $B(-1; 9; 8)$, $C(9; 6; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-9; -8; -2)$, $B(-11; -7; 2)$, $D(-11; -6; 5)$, $E(-12; -7; 3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7; -8; 3)$, $B(-6; -11; 4)$, $C(-8; -7; 3)$, и найти расстояние от точки $S(-4; -6; -1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; 7; -7)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z+4}{2}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-4}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 9; 1)$, $B(9; 5; -9)$, $C(7; 8; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -6x + y + z + 15 = 0 \\ 7x - 2y - z - 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-9; 7; -11)$ относительно плоскости $3x - 2y + 5z + 39 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - 2z = -14$.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро DC в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -3; -2)$, $\mathbf{b}(4; 4; 1)$, $\mathbf{c}(-3; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; -2; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 3; -2)$, $\mathbf{b}(-2; 6; -3)$, $\mathbf{c}(6; -12; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 1; 3)$, $B(8; 2; 2)$, $C(5; 0; -5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; -5; -4)$, $B(0; 5; 1)$, $D(-4; -1; -6)$, $E(-1; -10; 0)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; -5; 2)$, $B(3; -3; 1)$, $C(1; 0; 4)$, $S(-1; 2; -2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -9; 4)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{-8}$ и перпендикулярно плоскости $x - y - 3z - 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 2; 2)$, $B(12; -1; 4)$, $C(-1; 4; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - y - z - 29 = 0 \\ -2x + 2y + z + 20 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти проекцию точки $M(5; 20; -22)$ на плоскость $-2x + 7y - 7z - 80 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-5} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - z = -9$.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -2; -3)$, $\mathbf{b}(-3; -1; -2)$, $\mathbf{c}(3; 1; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-8; 0; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; 1; -2)$, $\mathbf{b}(10; 11; -19)$, $\mathbf{c}(-2; -3; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 4; 9)$, $B(5; 5; 10)$, $C(-2; 5; 11)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(7; 5; -3)$, $B(-2; 0; -4)$, $C(-9; -5; -4)$, $D(4; 1; -2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; -6; 3)$, $B(7; -3; 3)$, $C(7; -2; 2)$, $S(5; 2; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; 4; -5)$ параллельно плоскости $-7x + y = -2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{-9} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 0; 8)$, $B(11; -5; 10)$, $C(7; -2; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - z + 6 = 0 \\ 2x - 3y - z + 16 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-17; -8; 4)$ на плоскость $2x + 3y - 2z - 2 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{2} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 4y + 2z + 14 = 0$.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AB в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 2; 1)$, $\mathbf{b}(-4; 5; 3)$, $\mathbf{c}(2; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -2; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -2; 1)$, $\mathbf{b}(0; -6; 5)$, $\mathbf{c}(4; 2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 9)$, $B(2; 6; 14)$, $C(0; 11; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-10; -7; -6)$, $Q(0; 0; -4)$, $R(-3; 3; -3)$, $S(-5; 4; -3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5; -6; 2)$, $B(-8; -7; 1)$, $C(-7; -5; 2)$, $S(-1; -7; -8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; -6; -2)$ параллельно плоскости $2x - 3y - 9z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+6}{5}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 6; 2)$, $B(9; 4; 3)$, $C(9; 5; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + y + 8 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(14; 28; 8)$ на плоскость $4x + 6y + 3z - 4 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y-7}{-6} = \frac{z-6}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - y + z = 6$.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро BB_1 в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; 1)$, $\mathbf{b}(6; -1; 5)$, $\mathbf{c}(1; 4; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -2; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -2; -12)$, $\mathbf{b}(1; -1; -6)$, $\mathbf{c}(3; 2; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 6; 8)$, $B(4; 5; 2)$, $C(1; 7; 15)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(12; 0; -6)$, $Q(9; -2; -1)$, $R(4; -5; -11)$, $S(8; -3; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -2; -7)$, $B(-9; -1; -7)$, $C(-5; -1; -6)$, $S(0; 3; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; 8; -3)$ перпендикулярно плоскостям $-3x + 4y + 9z = -2$ и $-x + y + 4z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 7; 1)$, $B(12; 0; 3)$, $C(0; 17; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y + 8z - 7 = 0 \\ x - y + 7z - 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(14; -8; -16)$ на плоскость $-9x + 7y + 7z = 64$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+4}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + 3z + 11 = 0$.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -4; -5)$, $\mathbf{b}(-3; -4; -5)$, $\mathbf{c}(2; -1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -5; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; 5; 3)$, $\mathbf{b}(1; -3; -2)$, $\mathbf{c}(3; 0; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 2; 9)$, $B(4; 1; 12)$, $C(5; 1; 16)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(8; 6; 8)$, $Q(8; 7; 6)$, $R(-1; 13; 0)$, $S(10; 3; 11)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; 4; -7)$, $B(7; -1; -6)$, $C(2; 10; -8)$, $S(-3; -7; -4)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-9; -4; -8)$ параллельно прямой $\frac{x+7}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y - z - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 8; 4)$, $B(-2; 10; 11)$, $C(2; 9; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x - 5y - 4z + 5 = 0 \\ 3x + 4y + 3z - 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-13; 1; -2)$ относительно плоскости $-9x - y = -7$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-8}{2}$ и плоскостью $\pi : -4x + y + 4z = -11$.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; -5)$, $\mathbf{b}(-3; 2; 6)$, $\mathbf{c}(-2; 1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 0; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-3; 3; -2)$, $\mathbf{b}(-3; 2; -2)$, $\mathbf{c}(3; -3; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 4; 9)$, $B(14; 5; 10)$, $C(3; 3; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(3; 2; -7)$, $B(10; 5; -5)$, $D(-2; 0; -9)$, $E(-7; -2; -12)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5; -8; 2)$, $B(-12; -7; 2)$, $C(1; -10; 3)$, $S(-1; -7; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; -9; 10)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{0}$ и перпендикулярно плоскости $9x - y + z = -1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 1; 0)$, $B(3; -4; -8)$, $C(2; -2; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z - 9 = 0 \\ 3x + y + 2z - 25 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-21; -6; 5)$ на плоскость $-10x - y + 6z = -28$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+1}{-2}$ и плоскостью $\pi : -3x - y - 2z = -8$.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -3; -2)$, $\mathbf{b}(-3; -4; -1)$, $\mathbf{c}(4; 6; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 2; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; 5; 1)$, $\mathbf{b}(3; 6; 7)$, $\mathbf{c}(-1; -8; -8)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 9; 9)$, $B(6; 16; 9)$, $C(4; 4; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(-1; -9; 6)$, $Q(-6; -7; -4)$, $R(-6; -8; 0)$, $S(6; -10; 11)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; -3; 9)$, $B(6; 0; 8)$, $C(6; -5; 9)$, $S(8; 2; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -8; -7)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и $\frac{x+1}{6} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-1}{-3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 9; 1)$, $B(4; 6; -6)$, $C(5; 5; -9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x + y + z + 25 = 0 \\ -7x - y - 26 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; 1; 7)$ относительно плоскости $-y + 3z = 5$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - 3z - 7 = 0$.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(-1; 2; 6)$, $\mathbf{c}(-3; 1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 1; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-6; -1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -2)$, $\mathbf{c}(4; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 6; 7)$, $B(12; 11; 6)$, $C(2; 4; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(0; 4; -2)$, $A_2(-1; 4; 0)$, $A_4(3; 10; -4)$, $B_1(-2; -1; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; -2; -5)$, $B(3; 1; -7)$, $C(3; 0; -6)$, $S(4; -8; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; 4; -5)$ параллельно плоскости $2x - y - 7z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-4}{5}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 8)$, $B(2; 2; 11)$, $C(15; 5; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 4z + 5 = 0 \\ 2x + 3y + 7z + 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; -1; 6)$ относительно плоскости $5x + 5y + 6z + 17 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 4y + z = 0$.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро CC_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 1; 2)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -3)$, $\mathbf{c}(3; -2; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 1; 7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; -4; 1)$, $\mathbf{b}(4; 5; 1)$, $\mathbf{c}(-5; 6; -7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 8; 1)$, $B(-4; 9; -1)$, $C(1; 9; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-9; -9; 2)$, $B(-4; -8; 1)$, $D(-16; -11; 5)$, $A_1(-16; -10; 3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 3; 4)$, $B(7; 4; 4)$, $C(-9; 2; 5)$, и найти расстояние от точки $S(-7; -1; -1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 10; 1)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 2y + 2z + 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 0; 3)$, $B(6; -1; 10)$, $C(-1; 1; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 5y + 3z - 26 = 0 \\ x + y + 2z - 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(12; -10; 11)$ на плоскость $-7x + 3y - 5z = -3$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{2} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y - 2z = 12$.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; 0)$, $\mathbf{b}(-1; 0; 2)$, $\mathbf{c}(3; 4; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 3; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 7\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -5; -1)$, $\mathbf{b}(-6; 10; -3)$, $\mathbf{c}(3; -6; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 7; 2)$, $B(7; 8; 4)$, $C(4; 6; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-3; -5; -5)$, $Q(-1; -2; -4)$, $R(-4; -6; -8)$, $S(-4; -7; -9)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; 3; -3)$, $B(-3; 8; -4)$, $C(-3; -1; -3)$, и найти расстояние от точки $S(0; 1; 5)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -8; -9)$ параллельно прямым $\frac{x+7}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$ и $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 9; 9)$, $B(7; 11; 12)$, $C(7; 10; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - 3 = 0 \\ -2x - 4y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; -2; -1)$ относительно плоскости $-x + z = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y-7}{-1} = \frac{z+8}{4}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = 7$.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро DD_1 в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 4; -2)$, $\mathbf{b}(-2; 3; -3)$, $\mathbf{c}(0; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -7; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; 4; -1)$, $\mathbf{b}(1; -3; 1)$, $\mathbf{c}(9; 1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 9; 5)$, $B(10; 6; 4)$, $C(5; 14; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-2; -2; -4)$, $A_2(-4; -2; -3)$, $A_3(-1; -7; -11)$, $A_4(-1; 2; 1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; 3; -4)$, $B(-9; -4; -7)$, $C(-6; 1; -5)$, и найти расстояние от точки $S(0; 0; 6)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; -5; 3)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ и $\frac{x+8}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-5}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 0; 6)$, $B(7; 2; 7)$, $C(2; -1; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 5y - 2z - 3 = 0 \\ 2x + 3y - z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; -7; -7)$ относительно плоскости $-4x - 7y - 5z - 43 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 5y - z - 9 = 0$.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро AD в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; -1)$, $\mathbf{b}(3; 2; 2)$, $\mathbf{c}(-4; -1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 4; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -6\mathbf{m} + 8\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; -1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -5; -6)$, $\mathbf{c}(-2; 2; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 8)$, $B(-2; 9; 7)$, $C(-9; 9; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-6; 7; 9)$, $B(-7; 4; 4)$, $C(-6; 5; 0)$, $D(-8; 6; 14)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 0; -10)$, $B(-8; 2; -10)$, $C(-8; -3; -9)$, $S(5; -5; -2)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; -2; 7)$ перпендикулярно плоскостям $-7x + 3y + 7z - 5 = 0$ и $x - y - 2z - 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 4; 8)$, $B(10; 5; 11)$, $C(3; 2; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 9y - z + 15 = 0 \\ x - 4y + 12 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(19; -9; -2)$ на плоскость $-5x + 6y - 3z + 3 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-7}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - z + 4 = 0$.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 0; 1)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 6; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -4; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -7\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -2; -2)$, $\mathbf{b}(11; -10; -2)$, $\mathbf{c}(-7; 6; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 1; 7)$, $B(6; -1; 8)$, $C(4; 4; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(0; 1; 1)$, $A_2(-2; -1; 0)$, $A_4(-3; -1; 1)$, $B_1(2; 0; -1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; -2; -4)$, $B(4; -3; -4)$, $C(9; 0; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 4; -7)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; 5; -6)$ параллельно плоскости $x - 2y - 5z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{-3} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{7}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 0; 9)$, $B(5; 3; 13)$, $C(-2; -7; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - 2z - 6 = 0 \\ 6x + 2y + 3z - 26 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-20; -3; -3)$ относительно плоскости $-9x - 2y - z + 26 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y + 3z - 2 = 0$.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; 3; 3)$, $\mathbf{b}(1; 4; -2)$, $\mathbf{c}(3; -2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; 9; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 9\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(4; -2; 1)$, $\mathbf{b}(-5; 4; -4)$, $\mathbf{c}(-14; 0; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 2; 2)$, $B(7; 11; 1)$, $C(7; 9; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4 . $A_1(-3; -2; 7)$, $A_2(0; 1; 5)$, $A_3(-4; 2; 8)$, $A_4(-4; 5; 9)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; 4; 10)$, $B(-7; 7; 8)$, $C(-8; 3; 11)$, $S(4; 6; -7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-1; -8; -4)$ параллельно прямой $\frac{x}{-5} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-1}$ и $\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+7}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 7; 8)$, $B(1; 5; 8)$, $C(1; 6; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - z + 23 = 0 \\ -x - y + 2z - 20 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-22; -17; -22)$ на плоскость $-7x - 8y - 7z = 120$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 5y - 6z - 12 = 0$.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -1; -2)$, $\mathbf{b}(-2; -3; -3)$, $\mathbf{c}(-1; -5; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; 9; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; 1; 4)$, $\mathbf{b}(-4; -1; 3)$, $\mathbf{c}(4; 1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 5; 5)$, $B(0; 10; 8)$, $C(4; 8; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-2; 5; -3)$, $B(7; -2; -9)$, $D(5; -1; -10)$, $E(-4; 6; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; -3; 2)$, $B(2; -5; -3)$, $C(-7; 0; 9)$, и найти расстояние от точки $S(0; 4; 6)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -6; 3)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+8}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-8x + y + 3z = 1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 3; 1)$, $B(8; 1; -3)$, $C(4; 4; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -10x + 4y - z + 27 = 0 \\ -3x + y + 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-2; -5; -2)$ относительно плоскости $-8x - 3y + z = -8$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-6}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z = -14$.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 2; -1)$, $\mathbf{b}(-2; 5; 2)$, $\mathbf{c}(5; -1; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; 0; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(6; -5; -7)$, $\mathbf{b}(-3; 2; 3)$, $\mathbf{c}(-9; 5; 10)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 1; 4)$, $B(2; 4; 7)$, $C(1; 3; 5)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-3; 4; -6)$, $A_2(-9; -5; -11)$, $A_4(-6; 0; -9)$, $B_1(-1; 7; -3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; -1; -5)$, $B(5; 3; -8)$, $C(-12; -6; -1)$, $S(-3; 6; 1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 4; -6)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 5y + z = 6$ и $-2x + 6y + z - 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 0)$, $B(1; 7; 3)$, $C(-1; 10; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - z - 11 = 0 \\ -3x + 2y - 25 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(6; -19; 2)$ на плоскость $x + 5y - 2z - 27 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi : 7x + 2y - z = 7$.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(0; 5; -3)$, $\mathbf{c}(2; 5; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 4; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 7\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-4; -1; 3)$, $\mathbf{b}(9; 3; -7)$, $\mathbf{c}(-4; -2; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 4; 7)$, $B(-1; 6; 6)$, $C(6; 3; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-4; 5; -2)$, $Q(-6; 4; -1)$, $R(-13; 7; -5)$, $S(-3; 6; -4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; -6; 7)$, $B(7; -5; 8)$, $C(-2; -7; 7)$, $S(-7; -8; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(8; -1; -3)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ и $\frac{x-4}{-1} = \frac{y+5}{-7} = \frac{z}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 3; 5)$, $B(8; 2; 6)$, $C(6; 5; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y - 2z - 7 = 0 \\ 2x - y + z + 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-30; 37; -2)$ на плоскость $7x - 10y + z + 132 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y + z = -13$.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 5; -3)$, $\mathbf{b}(2; 1; 2)$, $\mathbf{c}(-3; -4; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; -1; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + 9\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-4; -4; -1)$, $\mathbf{b}(3; 2; 1)$, $\mathbf{c}(-1; 0; 0)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 0; 9)$, $B(8; 1; 16)$, $C(7; 1; 14)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-6; 0; 2)$, $B(-9; 2; 12)$, $C(-10; 3; 11)$, $D(-7; 1; 10)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 10; -1)$, $B(0; 11; -2)$, $C(-7; 12; -2)$, и найти расстояние от точки $S(0; 2; 3)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4; 0; 3)$ параллельно плоскости $-x - 2y - 8z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+5}{5}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 9; 7)$, $B(6; 7; 14)$, $C(-1; 10; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 6x + y + 21 = 0 \\ x - y + z + 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(9; 6; 11)$ на плоскость $-x + y - z = -2$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-3} = \frac{y+8}{-4} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y + 2z + 7 = 0$.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -5; 3)$, $\mathbf{b}(1; 2; -4)$, $\mathbf{c}(-3; -5; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; -8; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-7; -5; -4)$, $\mathbf{b}(-5; 4; -6)$, $\mathbf{c}(5; 1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 8)$, $B(15; 3; 9)$, $C(3; 1; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(8; 4; -4)$, $B(9; 8; -6)$, $C(11; 11; -9)$, $D(5; 15; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5; -1; -7)$, $B(-3; -2; -12)$, $C(-2; -2; -10)$, $S(-7; -1; 8)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; -10; -7)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y - 7z = 7$ и $x + y - 2z = 5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 9; 3)$, $B(-4; 6; 1)$, $C(3; 11; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x - y + z + 14 = 0 \\ 3x - 2y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; -1; -4)$ относительно плоскости $-5x + 7z + 1 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{-7}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = 13$.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; 4)$, $\mathbf{b}(-3; 4; 1)$, $\mathbf{c}(1; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; 2; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; -1)$, $\mathbf{b}(2; -3; 2)$, $\mathbf{c}(-3; 7; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 3; 6)$, $B(6; 10; 4)$, $C(11; 1; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(3; 4; 0)$, $Q(7; 5; -2)$, $R(5; 5; -1)$, $S(4; 0; -8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 1; -10)$, $B(0; -4; -12)$, $C(-2; 8; -7)$, и найти расстояние от точки $S(0; 0; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 7; -10)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и $\frac{x+6}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 9)$, $B(0; 7; 16)$, $C(-1; 9; 19)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x - y - z + 6 = 0 \\ x + 2y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-8; -10; 16)$ на плоскость $5x + 8y - 10z - 98 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+1}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z - 1 = 0$.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро BC в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; 0)$, $\mathbf{b}(2; 1; -3)$, $\mathbf{c}(-2; -1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 0; 10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 6\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 8\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; -1; -3)$, $\mathbf{b}(5; 9; 4)$, $\mathbf{c}(-5; -2; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 0; 8)$, $B(8; 1; 5)$, $C(6; 2; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(4; -7; -5)$, $B(4; -10; -6)$, $D(3; 1; -3)$, $E(12; -5; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; 8; 1)$, $B(-3; 7; 4)$, $C(-6; 9; -1)$, и найти расстояние от точки $S(8; 0; -8)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(6; 8; -7)$ параллельно плоскости $x + 3y + z = -7$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+3}{4}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 4; 9)$, $B(-1; 8; 16)$, $C(1; 5; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - 5y - 4z - 16 = 0 \\ x + 4y + 3z + 25 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-20; -4; 3)$ относительно плоскости $7x + 3y - 2z + 3 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-4} = \frac{y+8}{2} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + z = 4$.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -4; -4)$, $\mathbf{b}(-1; -5; -3)$, $\mathbf{c}(-4; -5; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-2; 10; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(1; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 7)$, $\mathbf{c}(3; 2; 11)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 3)$, $B(0; 6; 7)$, $C(3; 11; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(3; 6; 8)$, $B(2; 9; 3)$, $C(1; 11; 11)$, $D(2; 9; 15)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 4; 1)$, $B(8; 3; 3)$, $C(9; 3; 2)$, и найти расстояние от точки $S(-2; -6; -2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(0; -1; -6)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 6y + z = 1$ и $x + 7y + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 1; 3)$, $B(3; 5; 10)$, $C(-4; -4; -6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 4y + 16 = 0 \\ -2x - y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-17; 17; 0)$ на плоскость $7x - 6y + 2z = -43$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : 5x + 3y + z + 11 = 0$.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BC в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 3; 6)$, $\mathbf{b}(0; 3; 5)$, $\mathbf{c}(-4; 5; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; -5; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 8\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(19; 3; -3)$, $\mathbf{b}(1; 3; -2)$, $\mathbf{c}(-6; -3; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 8; 9)$, $B(11; 9; 9)$, $C(16; 9; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(2; 8; 0)$, $Q(4; 5; 7)$, $R(-3; 14; 5)$, $S(3; 7; 2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 8; -5)$, $B(7; 7; -4)$, $C(11; 6; -4)$, и найти расстояние от точки $S(1; -5; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -2; 3)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{-1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+3}{-3}$ и $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-5}{-4}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 3; 1)$, $B(-1; 0; 6)$, $C(10; 4; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 3y - z + 3 = 0 \\ x - y - 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(5; -4; -16)$ на плоскость $5x - 4y - 8z = -146$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{2}$ и плоскостью $\pi : 3x + 3y - z = 14$.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-1; 3; 1)$, $\mathbf{c}(-2; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -7; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(6; -3; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 1; 9)$, $B(10; 0; 8)$, $C(8; 3; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(-3; 2; 4)$, $Q(1; 7; 0)$, $R(-2; 6; 1)$, $S(-4; -3; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; -5; -6)$, $B(11; -4; -6)$, $C(12; -4; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-4; -8; -8)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(5; -8; -5)$ параллельно плоскости $4x + 2y + z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{5} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+2}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 1; 3)$, $B(10; -2; 2)$, $C(8; 5; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x - 2y - z - 17 = 0 \\ 9x - y - z - 10 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; 14; 6)$ относительно плоскости $-2x + 7y + 7z + 11 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{4}$ и плоскостью $\pi : x + y - 3z = 4$.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DC в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -6; -5)$, $\mathbf{b}(-1; 3; 0)$, $\mathbf{c}(-2; 4; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 4; 10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(4; 2; -5)$, $\mathbf{b}(5; 3; -3)$, $\mathbf{c}(-9; -8; 10)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 0; 9)$, $B(1; 8; 6)$, $C(4; -5; 10)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-3; -2; -7)$, $B(-2; 1; -6)$, $D(-11; -11; -11)$, $E(-8; -3; -8)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 2; -5)$, $B(7; 3; -6)$, $C(8; -1; -1)$, $S(-2; 5; -5)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; 7; -8)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y + z - 2 = 0$ и $3x + y + z = 1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 2; 2)$, $B(1; 9; 11)$, $C(8; -1; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 7y + 15 = 0 \\ x + 8y + z + 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-5; 3; 1)$ относительно плоскости $-9x + 5z + 3 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - z = -13$.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 3; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -2)$, $\mathbf{c}(-2; 5; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -2; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -4; 2)$, $\mathbf{b}(7; 1; -2)$, $\mathbf{c}(-8; -7; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 1; 9)$, $B(-2; -4; 10)$, $C(6; 9; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; 2; -1)$, $B(-6; -1; 6)$, $D(-4; 4; -1)$, $A_1(-3; 0; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6; 5; -6)$, $B(-4; 4; -5)$, $C(-9; 7; -6)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 0; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; -1; 0)$ перпендикулярно плоскостям $3x - y + z = -1$ и $2x + y + z - 8 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 5; 2)$, $B(2; 10; -7)$, $C(3; 7; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x - y + z + 30 = 0 \\ -x - 2y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(1; -13; -3)$ на плоскость $-x + 2y - z + 6 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - 2y + 6z = -14$.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро DD_1 в отношении $3 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; -1)$, $\mathbf{b}(2; 5; -1)$, $\mathbf{c}(-3; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; 0; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-4; 1; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -1)$, $\mathbf{c}(1; 1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 9)$, $B(2; 3; 8)$, $C(2; 0; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(8; -3; -6)$, $B(9; -5; -10)$, $D(7; 0; -7)$, $A_1(11; -11; -14)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 2; -2)$, $B(-8; 11; -2)$, $C(-8; 9; -1)$, $S(7; 7; -6)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -2; 2)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x+6}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+8}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 1; 7)$, $B(5; 0; 7)$, $C(11; -5; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 9y + 3z - 19 = 0 \\ x - 5y + 2z - 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; -1; -4)$ относительно плоскости $3x + 2y + z = 7$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + 5z - 9 = 0$.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -3; -1)$, $\mathbf{b}(1; 2; 0)$, $\mathbf{c}(2; -3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 5; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -1; -2)$, $\mathbf{b}(-7; -3; -3)$, $\mathbf{c}(18; 9; 5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 0; 9)$, $B(7; -1; 8)$, $C(11; 7; 11)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(9; -11; 3)$, $A_2(2; -6; 1)$, $A_3(-3; -3; 3)$, $A_4(-7; -1; 4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -6; 4)$, $B(1; -7; -1)$, $C(-2; -5; 10)$, и найти расстояние от точки $S(8; 0; 2)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 3; -2)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - 3z + 5 = 0$ и $x + 2y + z = 4$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 1; 9)$, $B(7; 2; 9)$, $C(-2; -6; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 13 = 0 \\ 3x - y + z - 28 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; -3; 5)$ относительно плоскости $3x + y + 6z = 4$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y + z - 12 = 0$.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-3; -1; 0)$, $\mathbf{c}(-4; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -2; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 8\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(8; 21; 12)$, $\mathbf{b}(2; -7; -4)$, $\mathbf{c}(-3; -7; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 9; 7)$, $B(3; 8; 6)$, $C(7; 11; 11)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(9; 6; 2)$, $B(8; 9; 3)$, $C(-2; 2; 1)$, $D(10; 2; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 3; -2)$, $B(-10; 4; 0)$, $C(-6; -1; -9)$, $S(7; -3; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-6; -5; -8)$ параллельно плоскости $x - 5y + 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{3} = \frac{y+7}{-6} = \frac{z}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 9; 0)$, $B(4; 8; -1)$, $C(11; 11; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y + z + 18 = 0 \\ -5x - y + 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-10; -2; 6)$ относительно плоскости $-6x + y + 7z = -29$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3}$ и плоскостью $\pi : 3x - 2y + z - 12 = 0$.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 2; 1)$, $\mathbf{b}(5; 1; 3)$, $\mathbf{c}(-3; -1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 8; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-4; 1; -3)$, $\mathbf{b}(-1; -2; -2)$, $\mathbf{c}(-3; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 9; 1)$, $B(11; 7; 2)$, $C(8; 14; 1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(5; -4; -5)$, $B(6; -3; -3)$, $D(8; 0; -6)$, $E(7; -1; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -8; 0)$, $B(1; -9; 1)$, $C(0; -10; 1)$, $S(6; 0; -3)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(10; -5; -8)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{-8} = \frac{z}{2}$ и перпендикулярно плоскости $x + 5y - z = -6$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 9; 5)$, $B(0; 5; 12)$, $C(1; 6; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 3y - z - 8 = 0 \\ x + 2y + 3z + 22 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-4; 1; -2)$ относительно плоскости $x + z + 5 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{1} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-7}{3}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 3z = -9$.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 2; -1)$, $\mathbf{b}(1; 2; 1)$, $\mathbf{c}(5; 1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -5; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(5; -6; -7)$, $\mathbf{b}(4; -4; -5)$, $\mathbf{c}(-16; 10; 15)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 5; 8)$, $B(6; 6; 8)$, $C(10; 7; 9)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A_1(8; 8; -3)$, $A_2(9; 7; -5)$, $A_3(10; 17; -6)$, $A_4(12; 3; -10)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7; 2; 7)$, $B(8; 3; 7)$, $C(10; 3; 8)$, и найти расстояние от точки $S(0; 6; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -5; -8)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + 4y - 8 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 9; 4)$, $B(6; 7; 1)$, $C(9; 12; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 2y - z + 3 = 0 \\ -9x - 3y + 2z + 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(31; -43; 31)$ на плоскость $-8x + 9y - 8z = -47$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-6}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = 13$.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 B_1$, а M делит ребро DD_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -2; -2)$, $\mathbf{b}(5; 3; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 4; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-8; -1; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(6; 1; -2)$, $\mathbf{b}(1; -1; -5)$, $\mathbf{c}(-4; 5; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 2; 2)$, $B(7; 0; 1)$, $C(6; 1; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(9; 3; 8)$, $Q(8; 2; 6)$, $R(12; 4; 3)$, $S(12; 5; 10)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 3; 4)$, $B(6; 5; 5)$, $C(0; 2; 4)$, и найти расстояние от точки $S(-7; 0; 1)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-4; -4; 7)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{4}$ и $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+5}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 2; 3)$, $B(14; 5; 10)$, $C(-3; 0; -2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x + 2y + z + 13 = 0 \\ -x - y - 5 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(13; 2; -14)$ на плоскость $3x - y - 2z = 9$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 6y - 4z - 7 = 0$.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AB в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 2; -1)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -2)$, $\mathbf{c}(2; 2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; 1; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; 8; -11)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 7)$, $\mathbf{c}(-1; -1; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 0; 0)$, $B(-10; 1; 1)$, $C(3; -1; 0)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(3; -2; -3)$, $B(-3; 1; -10)$, $D(2; -4; -2)$, $E(-4; 1; -11)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; 0; 0)$, $B(-9; -1; 0)$, $C(-10; -2; -1)$, $S(8; -3; -4)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; -9; 0)$ перпендикулярно плоскостям $-7x + y + 2 = 0$ и $-4x + y + z = 2$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 1; 3)$, $B(6; -1; -2)$, $C(5; 0; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -10x + y + z + 27 = 0 \\ 3x - y - 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-19; -9; -2)$ на плоскость $6x + 7y - 4z - 33 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 2z - 10 = 0$.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро BB_1 в отношении $2 : 1$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -3; 3)$, $\mathbf{b}(-1; -1; 3)$, $\mathbf{c}(2; 1; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 2; 0)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; 5; -6)$, $\mathbf{b}(-1; -6; 5)$, $\mathbf{c}(-3; 18; -14)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 2; 9)$, $B(8; 7; 10)$, $C(5; -4; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(4; -6; -5)$, $A_2(5; -8; -3)$, $A_4(11; -12; -5)$, $B_1(5; -9; -2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6; 8; -9)$, $B(1; 7; -12)$, $C(-9; 9; -7)$, и найти расстояние от точки $S(-5; -5; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; -9; 6)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + 3y - z = -6$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 3; 1)$, $B(4; -2; 0)$, $C(3; 0; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y + 22 = 0 \\ x - y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(12; -14; -6)$ относительно плоскости $5x - 8y - 5z = 31$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-4}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = -3$.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AB в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -4; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -3)$, $\mathbf{c}(2; 2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; 0; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -7\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; 2)$, $\mathbf{b}(1; -2; -3)$, $\mathbf{c}(0; -1; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 6; 2)$, $B(5; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-5; 6; -8)$, $A_2(-3; 4; -7)$, $A_3(2; 1; -10)$, $A_4(-1; 1; -7)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 8; -6)$, $B(1; 9; -6)$, $C(-6; 7; -5)$, и найти расстояние от точки $S(-7; -4; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(5; 8; 9)$ параллельно плоскости $-8x + 2y + z = -3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-9} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 3; 7)$, $B(4; 8; 16)$, $C(5; 5; 11)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ -2x + 10y - z + 20 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-1; 2; 4)$ относительно плоскости $x + y - 8z - 2 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{4}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = -5$.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -5; 4)$, $\mathbf{b}(-2; -3; 3)$, $\mathbf{c}(0; 3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; -8; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-4; -4; -5)$, $\mathbf{b}(3; 4; 7)$, $\mathbf{c}(5; 6; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 1)$, $B(7; 4; 6)$, $C(7; 5; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(9; 6; -7)$, $Q(11; 16; -16)$, $R(8; 7; -9)$, $S(8; 7; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; 6; -1)$, $B(1; 7; 0)$, $C(-2; 1; -1)$, $S(-7; -3; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; -7; 8)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{-4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-3}$ и перпендикулярно плоскости $3x + 2y + 4z = 8$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 1; 8)$, $B(2; 0; 11)$, $C(-1; 2; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y + 3z = 0 \\ -x - 2y + 5z + 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(34; 10; -24)$ на плоскость $-6x - 2y + 7z = -36$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+4}{-3}$ и плоскостью $\pi : x + 3y + z = 14$.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении $3 : 2$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; 2; 0)$, $\mathbf{b}(-3; 5; 1)$, $\mathbf{c}(-3; 5; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -6; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -3; 2)$, $\mathbf{b}(-1; 6; -3)$, $\mathbf{c}(-1; -24; 6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 4; 9)$, $B(4; 5; 10)$, $C(15; 1; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-5; -1; -3)$, $B(-3; -2; -10)$, $C(-6; -6; -3)$, $D(-7; -9; -2)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2; 4; 3)$, $B(9; 6; 2)$, $C(-1; 3; 4)$, $S(-8; 6; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -10; -7)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-x - y + 3z = -3$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 0; 2)$, $B(3; 3; -3)$, $C(0; -1; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 9x + y - 13 = 0 \\ -x + y + z + 15 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(8; 27; -18)$ на плоскость $-3x - 9y + 7z = -115$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : 8x - y - z - 8 = 0$.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро AB в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -2; 5)$, $\mathbf{b}(-2; -3; 2)$, $\mathbf{c}(3; 1; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; 6; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; 3; -6)$, $\mathbf{b}(-2; -1; 3)$, $\mathbf{c}(-6; -5; 14)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 7; 3)$, $B(1; 8; 4)$, $C(16; 6; 3)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(-1; -8; 9)$, $B(1; -9; 9)$, $C(4; -10; 10)$, $D(5; -11; 12)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; -4; -5)$, $B(2; -6; -8)$, $C(-11; -1; -1)$, $S(5; 2; -7)$:
 - а) составить уравнение плоскости ABC ,
 - б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-9; 4; 10)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z+2}{1}$ и $\frac{x+7}{4} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 9; 2)$, $B(5; 10; 2)$, $C(4; 10; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - z - 27 = 0 \\ 2x - y + z + 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(24; -13; 3)$ относительно плоскости $-9x + 5y - 2z = -12$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - 3z - 7 = 0$.