

**Вариант 0.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 5; 3)$ ,  $\mathbf{b}(4; 1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 4; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(6; 1; 4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 7\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(3; -1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(12; -4; -15)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 1; 4)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 9; 4)$ ,  $B(6; 8; 4)$ ,  $C(4; 0; 5)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(9; 0; 8)$ ,  $B(6; -2; 9)$ ,  $C(5; -1; 6)$ ,  $D(8; -3; 13)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $C$ .  $A(0; 2; 1)$ ,  $B(7; 6; 6)$ ,  $C(2; 1; 0)$ ,  $D(-6; 5; 5)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x + 3y - 2z = 12$  и  $\beta : 3x - 2y - 15 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(2; 5; -6)$ ,  $B(3; 4; -6)$ ,  $C(-8; 8; -7)$ ,  $S(1; -4; 3)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-5; 1; -2)$  перпендикулярно плоскостям  $-x - 2y - 6z - 3 = 0$  и  $x + y + 7z = 4$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 1; 9)$ ,  $B(4; -1; 4)$ ,  $C(2; 4; 16)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -3x - 2y + 4z - 23 = 0 \\ 2x + y - 3z + 14 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(6; 8; -7)$  на плоскость  $2x + y + z - 25 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-8}{3}$  и плоскостью  $\pi : -x + 2y - 3z = -3$ .

**Вариант 1.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 D_1$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; 1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(1; 6; -5)$ ,  $\mathbf{c}(-5; 2; -5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-7; 3; -7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 3; 4)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; 2)$ ,  $\mathbf{c}(2; -4; -9)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(2; 2; 2)$ ,  $C(0; 7; 1)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; 3; 3)$ ,  $\mathbf{b}(2; -2; -3)$ ,  $\mathbf{c}(5; -1; -2)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $QRS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $P$ .  $P(-5; -9; -1)$ ,  $Q(0; -2; -3)$ ,  $R(0; 1; -2)$ ,  $S(-4; -7; 0)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 4y + 3z = -11$  и  $\beta : -2y + z + 9 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-3; -9; -4)$ ,  $B(1; -8; -5)$ ,  $C(-2; -8; -4)$ ,  $S(0; -4; -2)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-3; 6; 10)$  параллельно плоскости  $-x + 3y - z + 5 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+8}{-3} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+8}{0}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(1; 5; 4)$ ,  $B(3; 4; 1)$ ,  $C(4; 4; -1)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} 2x - 9y - z - 9 = 0 \\ x - 2y - 7 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки  $M(7; 45; -28)$  на плоскость  $2x + 10y - 9z + 24 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-4}{-1}$  и плоскостью  $\pi : -3x - 2y - 2z = 10$ .

**Вариант 2.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(1; 1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -2; 5)$ ,  $\mathbf{c}(2; 1; -2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(6; 2; -8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 8\mathbf{m} + 6\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; -4; 2)$ ,  $\mathbf{b}(4; 4; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 2; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 8; 9)$ ,  $B(-7; 10; 10)$ ,  $C(-1; 7; 9)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(1; -2; -5)$ ,  $\mathbf{b}(1; -1; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 0; 1)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABC$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $D$ .  $A(-2; 9; 6)$ ,  $B(-2; 12; 10)$ ,  $C(-5; 9; 11)$ ,  $D(-4; 2; -2)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -y - 3z + 10 = 0$  и  $\beta : -3x - 2y - 2z = -11$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-6; -3; -5)$ ,  $B(-4; -7; -6)$ ,  $C(-5; -6; -5)$ , и найти расстояние от точки  $S(2; -3; 2)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-5; -8; -8)$  параллельно прямой  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{1}$  и перпендикулярно плоскости  $-5x + 3y + 2z = -1$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 7; 6)$ ,  $B(4; 6; 6)$ ,  $C(-2; 13; 7)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - y + z + 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(16; -9; -3)$  на плоскость  $5x - 2y - 2z = 38$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{1}$  и плоскостью  $\pi : x - 2y + z = -5$ .

**Вариант 3.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(1; 4; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(0; 4; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; 10; 9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -2; -2)$ ,  $\mathbf{b}(4; 5; 6)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -2; 4)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 3; 5)$ ,  $B(0; 5; 12)$ ,  $C(0; 4; 10)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(5; 4; 0)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -3; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -2; 2)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A(-5; -8; -5)$ ,  $B(-4; -6; -3)$ ,  $D(-7; -17; -14)$ ,  $A_1(-1; 0; 2)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x + 2y + 10 = 0$  и  $\beta : 3x - 4y + 2z = -1$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; 2; 2)$ ,  $B(4; 1; 3)$ ,  $C(-3; 5; -5)$ , и найти расстояние от точки  $S(8; -1; -5)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(7; 0; 5)$  параллельно прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z+1}{-2}$  и перпендикулярно плоскости  $x - 5y - z + 2 = 0$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(9; 0; 1)$ ,  $B(11; -1; 4)$ ,  $C(12; -1; 5)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 21 = 0 \\ -x + 3y - z - 20 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-11; 3; 6)$  относительно плоскости  $5x - 3z = -22$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$  и плоскостью  $\pi : 3x - 3y - 2z = 3$ .

**Вариант 4.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(5; 4; 5)$ ,  $\mathbf{b}(-5; -3; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; 4; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; 1; 2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; 10; 17)$ ,  $\mathbf{b}(1; 6; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-4; -5; -6)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 1; 3)$ ,  $B(7; -2; 8)$ ,  $C(9; 3; 2)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(6; 3; 7)$ ,  $B(5; -1; 9)$ ,  $C(6; 4; 6)$ ,  $D(5; 4; 4)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_2$ .  $A_1(-4; -5; -9)$ ,  $A_2(-2; -3; -2)$ ,  $A_3(-3; -9; -10)$ ,  $A_4(-1; -6; -3)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x + 2y + z = 3$  и  $\beta : 5x - y + 4 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(3; -2; 2)$ ,  $C(0; 3; 4)$ ,  $S(-1; 2; -6)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-8; -1; 8)$  параллельно прямой  $\frac{x-6}{1} = \frac{y-1}{-10} = \frac{z+1}{0}$  и перпендикулярно плоскости  $-x + y + z + 6 = 0$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 0; 9)$ ,  $B(1; 1; 10)$ ,  $C(-2; -1; 9)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 7x + y + 8 = 0 \\ -9x - y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(3; 26; 18)$  на плоскость  $-2x - 5y - 2z + 40 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -2x + y + z - 14 = 0$ .

**Вариант 5.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 D_1$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(5; -2; -4)$ ,  $\mathbf{b}(6; 5; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -1; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(3; 4; -1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 8\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-2; 1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(1; -5; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 1; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 4; 6)$ ,  $B(5; 1; 5)$ ,  $C(2; 6; 9)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(7; 2; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(7; 2; 4)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQR$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $S$ .  $P(0; 4; 4)$ ,  $Q(-2; 8; 7)$ ,  $R(-1; 0; 2)$ ,  $S(-1; 9; 7)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -y + z + 1 = 0$  и  $\beta : -2x + y - 4z = 7$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-6; -1; -2)$ ,  $B(-4; -2; 2)$ ,  $C(-9; 1; -5)$ , и найти расстояние от точки  $S(-4; -5; 8)$  до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-2; -1; 9)$  параллельно плоскости  $x + y + z = -4$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{-3}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 2; 3)$ ,  $B(9; 5; -4)$ ,  $C(4; -2; 13)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y - z - 15 = 0 \\ x - y - 11 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(1; 2; 1)$  относительно плоскости  $-4x + 7y + 3z + 24 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-6}{6} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-4}$  и плоскостью  $\pi : x - y + z + 12 = 0$ .

**Вариант 6.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(3; -2; 5)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 2; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(2; -1; 5)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-5; -7; -4)$ ,  $\mathbf{b}(-1; -2; -1)$ ,  $\mathbf{c}(16; 12; 11)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 3; 3)$ ,  $B(5; 1; 3)$ ,  $C(3; 4; 4)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(7; -1; -8)$ ,  $\mathbf{b}(2; 1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -4; -3)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $R$ .  $P(-4; 4; -1)$ ,  $Q(-6; 5; 1)$ ,  $R(-8; 11; 1)$ ,  $S(-1; 3; -6)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x + y - 2z = -4$  и  $\beta : 2x + 4z + 10 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-4; 3; 3)$ ,  $B(-3; 2; 4)$ ,  $C(-5; 9; 3)$ ,  $S(1; 1; -4)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(0; 4; -2)$  параллельно прямым  $\frac{x+3}{5} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z+1}{-3}$  и  $\frac{x-6}{-3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+3}{2}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(5; 1; 5)$ ,  $B(9; 4; 6)$ ,  $C(14; 8; 7)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 7y + 7 = 0 \\ -x - 9y + z - 10 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-16; -18; 18)$  относительно плоскости  $-6x - 9y + 7z + 31 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-4}{-2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-3}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -x + y + 2z - 8 = 0$ .

**Вариант 7.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 D_1$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; 1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -3; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -5; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-2; 9; -2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-12; 0; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-4; 1; -3)$ ,  $\mathbf{c}(6; -2; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(6; 1; 3)$ ,  $B(8; 4; 2)$ ,  $C(5; -1; 4)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(3; 6; 0)$ ,  $B(-2; 14; 3)$ ,  $C(-6; 11; 4)$ ,  $D(0; 6; 1)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(2; 7; -9)$ ,  $B(0; 8; -13)$ ,  $D(2; 8; -11)$ ,  $E(5; 9; -8)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - y - 9 = 0$  и  $\beta : -5x - 2y - 3z = 9$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-7; 2; 4)$ ,  $B(-6; -3; 3)$ ,  $C(-8; 3; 6)$ ,  $S(3; 0; -7)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-3; 0; -4)$  параллельно прямым  $\frac{x-6}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+2}{1}$  и  $\frac{x+2}{-4} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 1; 3)$ ,  $B(4; 3; 8)$ ,  $C(8; 0; 1)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x + y - z + 8 = 0 \\ 5x - y + 2z + 25 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(3; -4; 15)$  относительно плоскости  $-x + 7z = 27$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{-6} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -x + y - z - 5 = 0$ .



**Вариант 8.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $AB$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-5; 5; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-4; 1; 0)$ ,  $\mathbf{c}(3; -6; 4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(9; -3; 0)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-2; -3; -2)$ ,  $\mathbf{b}(5; 1; -3)$ ,  $\mathbf{c}(4; 1; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 3; 4)$ ,  $B(10; 9; 3)$ ,  $C(10; 8; 4)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(4; 4; 1)$ ,  $B(2; 2; -2)$ ,  $C(-3; 0; -4)$ ,  $D(1; 3; 0)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $C$ .  $A(4; 4; -6)$ ,  $B(5; 3; -3)$ ,  $C(8; 12; 3)$ ,  $D(3; 6; -8)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -2x - y + 8 = 0$  и  $\beta : -3x - y + 4z = -1$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-2; 5; 5)$ ,  $B(5; 8; 10)$ ,  $C(2; 6; 7)$ , и найти расстояние от точки  $S(-2; 2; 2)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-10; 9; 9)$  параллельно прямым  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{0}$  и  $\frac{x+7}{-3} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z+6}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(5; 5; 6)$ ,  $B(0; 8; 4)$ ,  $C(13; 0; 9)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 6x + 2y + z + 15 = 0 \\ x + y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-11; -9; -19)$  на плоскость  $5x + 9y + 7z = 41$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+4}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-7}$  и плоскостью  $\pi : -x + y - z = 2$ .

**Вариант 9.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении  $2 : 1$ .
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; -1; 5)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(1; 1; -2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; -8; -1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 7\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 1; 0)$ ,  $\mathbf{b}(-5; 3; -2)$ ,  $\mathbf{c}(4; -1; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 9; 3)$ ,  $B(3; 11; -4)$ ,  $C(4; 12; -6)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Лежат ли точки  $A(3; 0; 6)$ ,  $B(4; 3; 13)$ ,  $C(2; 0; 5)$ ,  $D(2; -1; 3)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A(-7; -9; 8)$ ,  $B(-8; -7; 11)$ ,  $D(-8; -12; 0)$ ,  $A_1(-5; -12; 3)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -7x + 6y + z = 6$  и  $\beta : y + z - 3 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(10; -8; -9)$ ,  $B(9; -7; -8)$ ,  $C(9; -9; -9)$ ,  $S(1; 7; 0)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(4; -1; 5)$  параллельно прямой  $\frac{x-6}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{1}$  и перпендикулярно плоскости  $7x - y + 6 = 0$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 3; 6)$ ,  $B(0; 0; 2)$ ,  $C(5; 2; 5)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + 3y + z + 17 = 0 \\ -2x - y - z - 11 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки  $M(-2; -6; 4)$  на плоскость  $-2x - 5y - 3z = -54$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1}$  и плоскостью  $\pi : 2x + y + z = 15$ .

**Вариант 10.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-5; 1; 1)$ ,  $\mathbf{b}(6; -3; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-6; 0; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-4; -1; 0)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; 1; 5)$ ,  $\mathbf{b}(1; 1; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -4; -6)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 7; 8)$ ,  $B(3; 9; 8)$ ,  $C(3; 8; 7)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(5; 5; 9)$ ,  $B(1; 8; 7)$ ,  $C(6; 4; 10)$ ,  $D(10; 1; 12)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(8; -6; -2)$ ,  $A_2(10; -10; -3)$ ,  $A_3(10; -1; -11)$ ,  $A_4(9; -8; -2)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 3x + 4y - 2z = -8$  и  $\beta : -x - 2z - 14 = 0$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-8; 7; 9)$ ,  $B(-7; 4; 10)$ ,  $C(-7; 6; 11)$ , и найти расстояние от точки  $S(0; -1; -8)$  до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(0; 6; -1)$  параллельно плоскости  $-3x + y + z - 1 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x}{-1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-6}{0}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 0; 8)$ ,  $B(-1; -2; 8)$ ,  $C(5; 9; 7)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 8y - 2z + 10 = 0 \\ -x - y + z - 8 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-6; -7; -15)$  относительно плоскости  $4x + 3y + 5z - 5 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{4} = \frac{y+8}{3} = \frac{z+8}{4}$  и плоскостью  $\pi : x - y + z + 6 = 0$ .

**Вариант 11.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(4; 3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(4; 5; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -2; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-2; -3; -3)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(1; -1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(1; 10; -5)$ ,  $\mathbf{c}(2; -3; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 8; 0)$ ,  $B(1; 12; -1)$ ,  $C(4; 9; 0)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Лежат ли точки  $A(4; 2; 9)$ ,  $B(0; -3; 0)$ ,  $C(6; 5; 14)$ ,  $D(5; 4; 12)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(8; 0; -1)$ ,  $A_2(10; 9; 8)$ ,  $A_4(7; -4; -5)$ ,  $B_1(9; 1; 6)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - z + 2 = 0$  и  $\beta : 4x + 3y - z = 1$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-9; -5; 4)$ ,  $B(-4; -12; 6)$ ,  $C(-7; -9; 5)$ ,  $S(0; 8; 0)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(6; 9; 4)$  параллельно прямым  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-6}{-1}$  и  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 2; 0)$ ,  $B(4; 4; -1)$ ,  $C(14; -3; 2)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x - 2y + 3z + 6 = 0 \\ -x + 3y - 2z - 14 = 0 \end{cases}$$
.
14. Найти проекцию точки  $M(23; 38; -25)$  на плоскость  $-6x - 8y + 7z = -21$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{-2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z+3}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -x - y - z = -4$ .

**Вариант 12.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BB_1$ , а  $M$  делит ребро  $DC$  в отношении  $2 : 3$ .
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(2; 3; 1)$ ,  $\mathbf{c}(3; 2; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; -4; -3)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-3; 4; 4)$ ,  $\mathbf{b}(-1; -3; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 1; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 9; 0)$ ,  $B(3; 10; 4)$ ,  $C(4; 11; 3)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(3; 2; 4)$ ,  $\mathbf{b}(-1; -1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 0; -2)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $QRS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $P$ .  $P(-5; 0; 9)$ ,  $Q(-4; 0; 7)$ ,  $R(-2; 1; 4)$ ,  $S(-8; -2; -2)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - y + 12 = 0$  и  $\beta : -6x + 7y - z = -9$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(4; -8; 4)$ ,  $B(6; -7; 4)$ ,  $C(7; -6; 5)$ , и найти расстояние от точки  $S(4; 5; 3)$  до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(0; -3; -1)$  параллельно плоскости  $x + y - z + 6 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+6}{-8} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{3}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(5; 6; 3)$ ,  $B(4; 3; 4)$ ,  $C(4; 2; 5)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x + 3y + 2z - 1 = 0 \\ 3x + y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(0; 16; -17)$  относительно плоскости  $-x + 7y - 8z + 37 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{-4} = \frac{y+3}{-6} = \frac{z+1}{-2}$  и плоскостью  $\pi : x - y - z = -10$ .

**Вариант 13.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(5; -2; -3)$ ,  $\mathbf{b}(4; -1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 1; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(0; -1; -1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 6$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; 2; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-6; 6; -11)$ ,  $\mathbf{c}(1; -2; 7)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 0; 4)$ ,  $B(7; 3; 5)$ ,  $C(8; 7; 6)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(7; 1; 4)$ ,  $B(10; 1; -3)$ ,  $C(8; 4; 5)$ ,  $D(6; 8; 13)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABC$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $D$ .  $A(-1; 9; -5)$ ,  $B(-6; 17; -11)$ ,  $C(-1; 10; -7)$ ,  $D(-2; 7; -2)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x + 2y - 1 = 0$  и  $\beta : -4x - y + 2z = 0$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(8; 1; 6)$ ,  $B(9; 2; 6)$ ,  $C(9; 8; 7)$ , и найти расстояние от точки  $S(8; 3; 0)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(9; -5; -5)$  параллельно прямым  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{-1}$  и  $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(10; 7; -6)$ ,  $C(-5; -6; 5)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} -5x + y + 6 = 0 \\ 9x - y + z - 16 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(10; 6; 13)$  на плоскость  $-2x - 5y - 6z - 2 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-3}{1}$  и плоскостью  $\pi : x + 4y - z = -11$ .

**Вариант 14.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; 1; -4)$ ,  $\mathbf{b}(1; 0; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 2; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; 2; -1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-10; -17; 11)$ ,  $\mathbf{c}(5; 5; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 9; 3)$ ,  $B(1; 18; 3)$ ,  $C(-1; 1; 4)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Лежат ли точки  $A(5; 8; 8)$ ,  $B(10; 9; 12)$ ,  $C(5; 7; 9)$ ,  $D(7; 11; 7)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(-1; 9; 7)$ ,  $A_2(-2; 11; 12)$ ,  $A_4(-3; 10; 12)$ ,  $B_1(0; 8; 5)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -3x + 3y - 4z = 11$  и  $\beta : -x - 2z + 4 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(5; 3; 0)$ ,  $B(6; 1; -3)$ ,  $C(7; 0; -7)$ ,  $S(8; -1; 0)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-2; 4; -5)$  параллельно прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+8}{0}$  и перпендикулярно плоскости  $-3x + 7y + z = -1$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(1; 6; 5)$ ,  $B(-5; -1; 6)$ ,  $C(2; 7; 5)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -5x + y - z + 8 = 0 \\ -9x + y + 10 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(16; 8; 4)$  на плоскость  $-3x + y - 3z = -14$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-8}{2}$  и плоскостью  $\pi : -5x + 2y - z = 5$ .

**Вариант 15.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $CC_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; 2; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; -5)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 2; -2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-1; 6; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 2; 4)$ ,  $\mathbf{b}(-6; -1; -4)$ ,  $\mathbf{c}(2; -1; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 5; 1)$ ,  $B(3; 6; 0)$ ,  $C(2; 6; 1)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Лежат ли точки  $A(3; 2; 8)$ ,  $B(4; 0; 9)$ ,  $C(-2; 3; 13)$ ,  $D(6; 0; 7)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABC$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $D$ .  $A(2; 0; 1)$ ,  $B(-1; 4; 1)$ ,  $C(-1; 4; 7)$ ,  $D(6; -5; 8)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x + y - 15 = 0$  и  $\beta : 5x + 6y - 6z = -9$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(3; 8; 3)$ ,  $B(-7; 12; -4)$ ,  $C(6; 7; 5)$ ,  $S(4; 0; 8)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(6; -3; -2)$  параллельно прямой  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+6}{-1}$  и перпендикулярно плоскости  $-x - 2y + z = -3$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 5; 4)$ ,  $B(-2; -4; 8)$ ,  $C(7; 12; 1)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x + 3y - 2z - 1 = 0 \\ x - y - z - 5 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-25; -15; -11)$  на плоскость  $4x + 5y + 3z + 8 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z-6}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x + y + z = -10$ .



**Вариант 16.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -2; -3)$ ,  $\mathbf{b}(5; 3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(3; 3; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(8; 6; 9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 9\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(21; 9; 10)$ ,  $\mathbf{b}(3; 1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-7; -2; -5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 2; 1)$ ,  $B(4; -3; 4)$ ,  $C(3; 0; 3)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(1; -1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 2; -8)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -3; 1)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(5; 0; -5)$ ,  $B(3; -3; -2)$ ,  $D(3; -2; 0)$ ,  $E(8; 7; -3)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -y - 2z - 4 = 0$  и  $\beta : -2x - 3y - 3z = -3$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-3; 0; 9)$ ,  $B(-2; -8; 8)$ ,  $C(-2; -7; 9)$ ,  $S(-4; 3; -1)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-1; 1; 1)$  параллельно прямым  $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-1}$  и  $\frac{x+7}{-1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 0; 4)$ ,  $B(7; 6; 3)$ ,  $C(8; 7; 3)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x - 8y - 2z + 12 = 0 \\ x - 3y - z - 3 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-18; -10; 21)$  на плоскость  $10x + 9y - 7z = 43$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - 2y + 2z = 5$ .

**Вариант 17.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; 4; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -4; -1)$ ,  $\mathbf{c}(4; 5; -6)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; 1; -1)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(3; 2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-5; 3; -6)$ ,  $\mathbf{c}(4; -3; 5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 1; 3)$ ,  $B(12; 3; 4)$ ,  $C(2; 0; 3)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(6; 0; 8)$ ,  $B(1; -2; 5)$ ,  $C(4; 3; 7)$ ,  $D(12; 1; 12)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(0; 0; 8)$ ,  $A_2(-1; -3; 10)$ ,  $A_4(-3; 1; 7)$ ,  $B_1(4; 4; 5)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 2z + 2 = 0$  и  $\beta : -x + 5y + z = -2$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-4; -3; 0)$ ,  $B(-3; -4; 4)$ ,  $C(-2; -4; 1)$ ,  $S(3; 7; -7)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-1; 4; 8)$  параллельно плоскости  $-6x - y + z + 4 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-5}{-7} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-3}{0}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(5; 2; 3)$ ,  $B(-3; -5; 9)$ ,  $C(4; 1; 4)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -2x - y + z - 5 = 0 \\ -5x - 5y + 4z + 14 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-9; -16; 14)$  на плоскость  $-7x - 6y + 10z + 71 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z+2}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - y - z = -8$ .

**Вариант 18.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; 1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(2; -1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(3; -2; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; 1; -3)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -2; 4)$ ,  $\mathbf{b}(11; 8; -19)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -3; 5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 9; 4)$ ,  $B(2; 11; 3)$ ,  $C(2; 8; 4)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Лежат ли точки  $A(3; 9; 2)$ ,  $B(10; 3; 7)$ ,  $C(5; 10; 0)$ ,  $D(2; 8; 4)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ACD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B$ .  $A(1; -7; -2)$ ,  $B(2; -5; -5)$ ,  $C(2; -4; -7)$ ,  $D(3; -6; -5)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 3y - z = -13$  и  $\beta : -2y - 3z + 8 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(1; -9; 5)$ ,  $B(2; -7; 8)$ ,  $C(2; -6; 10)$ ,  $S(0; -4; 8)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(10; -10; 7)$  параллельно прямым  $\frac{x-6}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{0}$  и  $\frac{x+6}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+7}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 7; 8)$ ,  $B(-2; 5; 5)$ ,  $C(6; 8; 10)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + 2y + 7z - 20 = 0 \\ -x - y - 8z + 17 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(9; -7; -5)$  относительно плоскости  $-7x + 3y + 2z = -1$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+8}{-3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-1}{-2}$  и плоскостью  $\pi : x - 3y + z = 14$ .

**Вариант 19.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(5; -3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(1; -1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(4; -2; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(2; -2; 7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-2; 5; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-12; 21; -14)$ ,  $\mathbf{c}(4; -6; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(6; 1; 6)$ ,  $B(7; 2; 5)$ ,  $C(5; -2; 8)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Лежат ли точки  $A(1; 2; 9)$ ,  $B(7; 3; 14)$ ,  $C(9; 3; 16)$ ,  $D(10; 3; 17)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_3$ .  $A_1(7; 0; -1)$ ,  $A_2(4; 3; -2)$ ,  $A_3(16; -9; -2)$ ,  $A_4(-1; 7; -3)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -3x - 2y - z = -12$  и  $\beta : x + z + 3 = 0$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(4; 1; 4)$ ,  $B(5; -4; 4)$ ,  $C(2; 10; 5)$ , и найти расстояние от точки  $S(-7; -4; 3)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(8; 4; 5)$  параллельно прямым  $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z+3}{-1}$  и  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+8}{0}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 8; 5)$ ,  $B(1; 6; 8)$ ,  $C(1; 7; 7)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} -3x - 2y + 3z - 28 = 0 \\ 2x - y + z + 23 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(8; 0; 5)$  на плоскость  $x - y + 2z - 30 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+8}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -3x + y - z - 4 = 0$ .

**Вариант 20.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-6; -4; 5)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(3; 1; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(10; 7; -9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-5; -2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(0; 1; 0)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 5; 9)$ ,  $B(10; -2; 11)$ ,  $C(8; 13; 8)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(-5; 4; 1)$ ,  $C(-5; 5; 3)$ ,  $D(0; 1; 0)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(-5; -5; 0)$ ,  $A_2(-3; -9; 1)$ ,  $A_4(-6; 2; -2)$ ,  $B_1(-2; -8; 1)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 2z + 4 = 0$  и  $\beta : x + y + 6z = 8$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-10; 0; -3)$ ,  $B(-9; 2; -1)$ ,  $C(-11; -3; -4)$ ,  $S(7; -2; 5)$ :
  - а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,
  - б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-2; -3; -8)$  параллельно прямой  $\frac{x+3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$  и перпендикулярно плоскости  $-3x + y - 3 = 0$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(1; 6; 1)$ ,  $B(0; 7; 4)$ ,  $C(2; 4; -4)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 5x - 5y + 3z - 19 = 0 \\ 4x - 2y + z + 12 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-18; 6; -6)$  относительно плоскости  $9x - 5y + 4z = -33$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{-5} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z-6}{4}$  и плоскостью  $\pi : -x + y - z - 3 = 0$ .

**Вариант 21.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; -5; 2)$ ,  $\mathbf{b}(2; 4; -3)$ ,  $\mathbf{c}(0; 5; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; 8; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -6\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; 1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(2; 9; -6)$ ,  $\mathbf{c}(1; -2; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 1; 0)$ ,  $B(11; -6; -1)$ ,  $C(10; 0; 0)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Лежат ли точки  $A(3; 0; 3)$ ,  $B(-4; -4; 6)$ ,  $C(-5; -5; 6)$ ,  $D(2; -2; 2)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABC$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $D$ .  $A(6; 5; -9)$ ,  $B(4; 7; -12)$ ,  $C(6; 8; -10)$ ,  $D(5; 3; -9)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -2x - 5y + 7z = 0$  и  $\beta : x + z - 8 = 0$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-5; 1; -8)$ ,  $B(-3; 10; -11)$ ,  $C(-4; 5; -9)$ , и найти расстояние от точки  $S(0; 8; 8)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-1; 1; 3)$  параллельно прямой  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-6}{3}$  и перпендикулярно плоскости  $-4x + 5y + 2z - 3 = 0$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(9; 5; 0)$ ,  $B(6; 7; -1)$ ,  $C(10; 4; 0)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z + 27 = 0 \\ -x + y - z - 8 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-6; -16; -12)$  на плоскость  $2x - 7y - 10z = -86$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+4}{4} = \frac{y+6}{1} = \frac{z+1}{2}$  и плоскостью  $\pi : 2x + 2y - z + 8 = 0$ .

**Вариант 22.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; 2; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -2; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; -1; -3)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-2; 1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(2; 1; 4)$ ,  $\mathbf{c}(3; -2; 7)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 0; 6)$ ,  $B(5; 2; 1)$ ,  $C(0; -1; 8)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; 0; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -1; -3)$ ,  $\mathbf{c}(4; 1; 5)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A(9; 5; -8)$ ,  $B(1; 2; -9)$ ,  $D(4; 3; -10)$ ,  $A_1(19; 8; -13)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x + z + 9 = 0$  и  $\beta : 7x - 6y + z = 5$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; 5; -4)$ ,  $B(4; 4; 0)$ ,  $C(1; 6; -5)$ , и найти расстояние от точки  $S(-8; -5; -5)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-7; 1; -6)$  параллельно прямым  $\frac{x}{7} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-4}{-10}$  и  $\frac{x+6}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-7}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 5; 3)$ ,  $B(1; 4; 3)$ ,  $C(10; 8; 2)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} -x - y + z = 0 \\ -2x - 3y + 5z - 3 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-4; 19; -17)$  относительно плоскости  $-2x + 9y - 5z + 11 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - 3y - 3z + 10 = 0$ .

**Вариант 23.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $AB$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; 3; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; -2)$ ,  $\mathbf{c}(6; -3; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; 4; 0)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-3; -4; -1)$ ,  $\mathbf{b}(3; 4; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 8; 8)$ ,  $B(-1; 9; 9)$ ,  $C(-1; 17; 8)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(1; 9; 3)$ ,  $B(0; 9; 5)$ ,  $C(8; 8; 1)$ ,  $D(-7; 11; 4)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_3$ .  $A_1(-5; 9; 6)$ ,  $A_2(-2; 17; 1)$ ,  $A_3(-7; 2; 9)$ ,  $A_4(-4; 4; 4)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -2x + y - 3 = 0$  и  $\beta : -3x - 2y - 5z = -5$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(6; 4; 2)$ ,  $B(7; 6; 2)$ ,  $C(4; 5; 3)$ , и найти расстояние от точки  $S(-2; 3; 3)$  до этой плоскости.
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-1; -8; -4)$  параллельно плоскости  $-3x + 5y - 8z + 6 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+8}{-3}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 6; 9)$ ,  $B(8; 4; 9)$ ,  $C(3; 15; 8)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 3x - 10y - 4z + 11 = 0 \\ -2x + 9y + 3z + 1 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(19; 13; -12)$  на плоскость  $5x + 3y - z = 6$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-7}{-2}$  и плоскостью  $\pi : 5x + y - z + 14 = 0$ .



**Вариант 24.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(5; 6; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-5; -5; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -3; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; -8; 8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 6\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(7; 1; 2)$ ,  $\mathbf{b}(7; -1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-20; -5; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 9; 7)$ ,  $B(5; 10; 7)$ ,  $C(3; 0; 8)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Лежат ли точки  $A(1; 8; 9)$ ,  $B(4; 10; 4)$ ,  $C(4; 9; 13)$ ,  $D(0; 7; 17)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(9; 0; -1)$ ,  $B(8; 3; 0)$ ,  $D(8; 3; -4)$ ,  $E(12; -8; -3)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 3x - z + 10 = 0$  и  $\beta : 2x - y + z = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(2; 7; -9)$ ,  $B(9; 8; -8)$ ,  $C(-1; 6; -9)$ ,  $S(-2; -3; -7)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-2; 7; 7)$  параллельно прямой  $\frac{x-5}{10} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$  и перпендикулярно плоскости  $-7x - y = -5$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 2; 8)$ ,  $B(9; 4; 4)$ ,  $C(9; 5; 3)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  
$$\begin{cases} 3x + 2y + z - 13 = 0 \\ -2x - y + 7 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(41; 11; 16)$  на плоскость  $-9x - 2y - 5z = -31$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{3} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z+4}{1}$  и плоскостью  $\pi : x - 2y + 3z = -9$ .

**Вариант 25.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; 1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-5; 6; 5)$ ,  $\mathbf{c}(-4; 5; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; -1; -2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 4; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -4; 2)$ ,  $\mathbf{c}(2; 3; -2)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 9; 7)$ ,  $B(4; 8; 14)$ ,  $C(4; 7; 15)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
7. Лежат ли точки  $A(7; 7; 2)$ ,  $B(6; 5; -1)$ ,  $C(2; 4; -6)$ ,  $D(6; 7; 1)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(6; 0; 7)$ ,  $A_2(3; -4; 7)$ ,  $A_4(7; 0; 2)$ ,  $B_1(10; 5; 5)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -4x - 2y + 2z = 1$  и  $\beta : -2x - 2z + 4 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(4; 10; -1)$ ,  $B(5; 12; 7)$ ,  $C(3; 9; -8)$ ,  $S(-5; 0; 6)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-10; 8; 4)$  параллельно плоскости  $x + 2y + z = -8$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x+7}{-1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+7}{4}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(1; 5; 8)$ ,  $B(-1; 6; 9)$ ,  $C(-4; 7; 11)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -5x + 2y + z + 19 = 0 \\ x + y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(1; -3; 5)$  относительно плоскости  $-x + z - 1 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+1}{6} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -x + y + z - 14 = 0$ .

**Вариант 26.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении  $2 : 3$ .
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; -5; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 3; 3)$ ,  $\mathbf{c}(1; -6; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-1; -3; 0)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 6; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -3; 2)$ ,  $\mathbf{c}(2; -20; 15)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 2; 8)$ ,  $B(7; -3; 11)$ ,  $C(10; 4; 6)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(5; 1; 9)$ ,  $B(3; -6; 3)$ ,  $C(6; -1; 8)$ ,  $D(6; 7; 14)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(-8; 6; -6)$ ,  $A_2(-4; 8; 3)$ ,  $A_4(-9; 6; -10)$ ,  $B_1(-6; 7; -4)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - y - 11 = 0$  и  $\beta : -x - 9y - 3z = 3$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-3; -2; -3)$ ,  $B(2; -3; -4)$ ,  $C(-6; -1; -3)$ , и найти расстояние от точки  $S(2; 0; 4)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-1; 4; 1)$  перпендикулярно плоскостям  $x + 3y + z = -6$  и  $2x + 2y + z = 7$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(6; 1; 7)$ ,  $B(5; -2; 12)$ ,  $C(7; 3; 3)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
 
$$\begin{cases} 4x + y + 3z + 14 = 0 \\ 3x + y + 2z + 13 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-6; 34; -12)$  на плоскость  $x - 9y + 4z - 32 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-7}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - 2y - 4z + 9 = 0$ .

**Вариант 27.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DD_1$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(3; -5; 1)$ ,  $\mathbf{c}(3; -4; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; 3; -9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(2; 2; -1)$ ,  $\mathbf{b}(2; 3; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -3; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 5; 3)$ ,  $B(7; 4; 10)$ ,  $C(4; 6; -2)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Лежат ли точки  $A(7; 3; 0)$ ,  $B(8; 4; -1)$ ,  $C(7; 4; -2)$ ,  $D(8; 8; -9)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(-4; 0; -5)$ ,  $A_2(-5; -1; -3)$ ,  $A_3(-4; 1; -10)$ ,  $A_4(-1; 4; -4)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -2x + y - 5z = -7$  и  $\beta : -x - 2z - 10 = 0$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3; -3; -6)$ ,  $B(2; -11; -3)$ ,  $C(2; -10; -4)$ , и найти расстояние от точки  $S(-3; 3; -2)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-1; 5; -7)$  параллельно прямым  $\frac{x}{3} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-3}{-1}$  и  $\frac{x+7}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+3}{-3}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(2; 1; 6)$ ,  $B(1; -5; 2)$ ,  $C(1; -6; 1)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - 2z - 1 = 0 \\ 2x + y - z - 23 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-5; -14; -12)$  на плоскость  $-4x - 8y - 5z = -18$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{6} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z+4}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -x + y - z = 11$ .

**Вариант 28.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -1; 2)$ ,  $\mathbf{b}(2; 3; -4)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -5; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; 4; -3)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 4\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-2; -3; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-1; -2; -2)$ ,  $\mathbf{c}(2; 2; 5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 9; 2)$ ,  $B(14; 10; 2)$ ,  $C(15; 10; 3)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(0; 0; 1)$ ,  $B(2; 1; 1)$ ,  $C(1; 2; 4)$ ,  $D(-1; -1; 0)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(5; 1; 2)$ ,  $A_2(8; 4; 3)$ ,  $A_3(15; 6; 4)$ ,  $A_4(8; -2; 1)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x + y + 3 = 0$  и  $\beta : x - 5y + z = -14$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(8; 1; -4)$ ,  $B(11; -4; -5)$ ,  $C(6; 7; -3)$ , и найти расстояние от точки  $S(7; 1; 2)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-7; -10; 2)$  параллельно прямым  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+7}{-7}$  и  $\frac{x}{-1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{6}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(1; 3; 5)$ ,  $B(3; 4; 4)$ ,  $C(8; 7; 2)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} -2x + y + 5 = 0 \\ 7x - 2y + z - 27 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-2; -12; 14)$  относительно плоскости  $-2x - 3y + 5z = 15$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - 3y - 2z + 8 = 0$ .

**Вариант 29.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(1; -3; 3)$ ,  $\mathbf{b}(5; 3; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; 0)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; -10; 7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(7; -7; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 5; -11)$ ,  $\mathbf{c}(2; 1; 6)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 5; 7)$ ,  $B(3; 4; 10)$ ,  $C(-5; 7; 0)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; 0; -2)$ ,  $\mathbf{b}(2; -1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-9; 2; -8)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(-3; 7; -9)$ ,  $B(-4; 11; -5)$ ,  $D(-2; 2; -14)$ ,  $E(-5; 11; -8)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 2z - 4 = 0$  и  $\beta : -3x + 5y - z = -13$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(4; -3; -4)$ ,  $B(5; 0; -3)$ ,  $C(6; 2; -1)$ ,  $S(-2; 2; -6)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(0; 7; 4)$  параллельно плоскости  $x + y - z = -4$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+6}{-7}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(9; 1; 7)$ ,  $B(2; 4; 17)$ ,  $C(11; 0; 4)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -x + 3y - z + 13 = 0 \\ 2x + 2y + z + 22 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-8; -6; -5)$  относительно плоскости  $-7x - 4y - z + 14 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-7}{2}$  и плоскостью  $\pi : 3x - 2y + 2z - 4 = 0$ .

**Вариант 30.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $CC_1$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-4; -3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 1; -5)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -2; 0)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; 0; 6)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-8; 1; -9)$ ,  $\mathbf{b}(-5; 2; 2)$ ,  $\mathbf{c}(6; -1; 4)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(0; 0; 7)$ ,  $B(3; -1; 4)$ ,  $C(1; 1; 9)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(7; 9; 3)$ ,  $B(14; 7; 1)$ ,  $C(11; 8; 1)$ ,  $D(-1; 12; 6)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQR$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $S$ .  $P(-2; 5; 5)$ ,  $Q(-10; 11; 14)$ ,  $R(1; 9; 1)$ ,  $S(0; 8; 2)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - 4z + 8 = 0$  и  $\beta : x - 2y - z = 10$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-1; 6; 7)$ ,  $B(7; 7; 6)$ ,  $C(4; 7; 7)$ ,  $S(6; 6; 4)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-6; 10; -7)$  параллельно прямым  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z-6}{-1}$  и  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-6}{0}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 6; 8)$ ,  $B(6; 2; -2)$ ,  $C(1; 9; 15)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} x + 4y + z - 18 = 0 \\ 2x + 3y + z - 17 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(33; 12; -32)$  на плоскость  $9x + 7y - 8z = 55$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-4}{3}$  и плоскостью  $\pi : x + 2y + 2z = -14$ .

**Вариант 31.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; 1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(3; -5; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 1; -4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-4; 5; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 4\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-3; -2; 4)$ ,  $\mathbf{b}(2; 0; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-4; -2; 5)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 6; 7)$ ,  $B(10; 11; 7)$ ,  $C(10; 12; 8)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; -4; -3)$ ,  $\mathbf{b}(2; 1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(1; 5; 4)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(0; -8; -9)$ ,  $A_2(-4; -15; -12)$ ,  $A_4(4; -1; -7)$ ,  $B_1(1; -5; -9)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -2x + y - 13 = 0$  и  $\beta : -6x + y + z = 6$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-10; -4; 0)$ ,  $B(-8; -5; 1)$ ,  $C(-11; -5; 0)$ , и найти расстояние от точки  $S(1; -5; 8)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-10; -1; -2)$  параллельно прямым  $\frac{x+8}{1} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+6}{0}$  и  $\frac{x-4}{2} = \frac{y+7}{-8} = \frac{z-2}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 0; 7)$ ,  $B(6; -1; 2)$ ,  $C(-2; 2; 15)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 2x + 2y - z + 6 = 0 \\ -x - 3y + z - 19 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-22; 5; 23)$  относительно плоскости  $-7x + y + 8z - 58 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+5}{1} = \frac{y+8}{-2} = \frac{z-7}{1}$  и плоскостью  $\pi : -3x - 3y - z - 6 = 0$ .



**Вариант 32.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; 5; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -3; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; 2; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-1; -5; -4)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(3; 1; -5)$ ,  $\mathbf{b}(5; -3; -11)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 4; 6)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(6; 6; 0)$ ,  $B(7; 7; 1)$ ,  $C(8; 9; -5)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(1; 0; 1)$ ,  $\mathbf{b}(8; 3; 5)$ ,  $\mathbf{c}(1; 1; 0)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A, B, C, D$ , площадь грани  $ABC$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $D$ .  $A(-8; -5; -8)$ ,  $B(-5; -4; -9)$ ,  $C(-10; 2; -7)$ ,  $D(-15; -1; -5)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 2z + 6 = 0$  и  $\beta : -4x + 2y + 4z = -5$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-1; -2; 5)$ ,  $B(1; 4; 4)$ ,  $C(0; 3; 5)$ ,  $S(6; 4; 2)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(0; 8; -2)$  параллельно прямой  $\frac{x+6}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-1}$  и перпендикулярно плоскости  $10x - y + 2z - 6 = 0$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 1; 2)$ ,  $B(6; 0; 3)$ ,  $C(9; 2; -1)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + 5y + 9 = 0 \\ -x - 6y + z - 22 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(22; -14; 23)$  на плоскость  $-5x + y - 4z = -48$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+8}{4}$  и плоскостью  $\pi : -x + y - z = 11$ .

**Вариант 33.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 1; 2)$ ,  $\mathbf{b}(3; -3; -5)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 1; 0)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-2; -2; -7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; -3; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-4; -4; -5)$ ,  $\mathbf{c}(10; 11; 19)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 1; 8)$ ,  $B(-2; -1; 5)$ ,  $C(3; 0; 6)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(6; 9; 2)$ ,  $B(8; 4; -1)$ ,  $C(9; 13; 9)$ ,  $D(8; 12; 7)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(2; -9; -8)$ ,  $A_2(4; -8; -1)$ ,  $A_3(3; -7; -15)$ ,  $A_4(3; -8; -2)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -7x - z - 13 = 0$  и  $\beta : x - y - z = 12$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-4; -6; -7)$ ,  $B(-9; -5; -7)$ ,  $C(4; -8; -6)$ ,  $S(-8; 5; 1)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-5; -4; 3)$  параллельно прямой  $\frac{x+3}{-7} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{-5}$  и перпендикулярно плоскости  $-6x + 2y - 3z = 3$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(9; 0; 4)$ ,  $B(8; -1; 4)$ ,  $C(11; 1; 5)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} x + 6y - z - 1 = 0 \\ -x - 5y + 2z + 12 = 0 \end{cases}$$
14. Найти проекцию точки  $M(24; 48; -26)$  на плоскость  $5x + 10y - 4z = 140$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+2}{2}$  и плоскостью  $\pi : -3x + 2y - z = -9$ .

**Вариант 34.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BB_1$ , а  $M$  делит ребро  $DC$  в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(5; -5; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(3; -5; -2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; -7; 2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-2; 5; -5)$ ,  $\mathbf{b}(-4; 7; -5)$ ,  $\mathbf{c}(1; -1; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 9; 4)$ ,  $B(7; 4; 6)$ ,  $C(9; 18; 1)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Лежат ли точки  $A(5; 8; 1)$ ,  $B(4; 12; -2)$ ,  $C(4; 9; 1)$ ,  $D(4; 10; 0)$  в одной плоскости?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , площадь грани  $ABCD$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $E$ .  $A(7; -5; -8)$ ,  $B(5; 0; -10)$ ,  $D(8; -8; -7)$ ,  $E(9; -10; -7)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -5x - 8y + 2z = 14$  и  $\beta : x - z + 11 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(6; 2; 6)$ ,  $B(5; -1; 8)$ ,  $C(2; -6; 13)$ ,  $S(2; 3; -4)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-10; -7; -9)$  параллельно плоскости  $x + y + z = -9$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-3}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(-1; 1; -2)$ ,  $C(6; 4; 8)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -5x + y - z - 27 = 0 \\ -4x + y - z - 26 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(6; 0; -1)$  относительно плоскости  $-5x + 4y - z = -8$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+7}{-1}$  и плоскостью  $\pi : -2x + 2y + z - 13 = 0$ .

**Вариант 35.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(4; 1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 2; -1)$ ,  $\mathbf{c}(5; -1; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; -6; 2)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 8\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-3; 3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(11; -9; -7)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 1; 7)$ ,  $B(2; 0; 5)$ ,  $C(17; 2; 8)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(1; -2; -5)$ ,  $\mathbf{b}(3; 1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 0; 1)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , площадь грани  $PQS$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $R$ .  $P(-3; 4; 2)$ ,  $Q(1; 11; -1)$ ,  $R(3; 9; 0)$ ,  $S(-4; 7; 1)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 4y - 2z = -10$  и  $\beta : -2x - 2z + 2 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(6; -5; 0)$ ,  $B(7; 0; 1)$ ,  $C(5; -7; 0)$ ,  $S(-8; 3; -1)$ :  
а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-2; 6; 2)$  параллельно плоскости  $2x - 2y - 3z - 7 = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+6}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(7; 4; 3)$ ,  $B(10; 6; 2)$ ,  $C(5; 3; 4)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  
$$\begin{cases} x - y - z + 9 = 0 \\ -3x + 9y + 4z - 24 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(17; -16; 0)$  на плоскость  $-4x + 4y - z = -66$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{2}$  и плоскостью  $\pi : -2x + 3y - z = -1$ .

**Вариант 36.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; 1; 2)$ ,  $\mathbf{b}(0; 3; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 2; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(3; 6; 7)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 5\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(6; -2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; -1)$ ,  $\mathbf{c}(1; -2; 3)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 5; 6)$ ,  $B(5; 4; 2)$ ,  $C(3; 7; 5)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(4; 0; 5)$ ,  $B(7; -6; 7)$ ,  $C(6; 5; 4)$ ,  $D(6; 4; 4)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(-8; -4; 7)$ ,  $A_2(-11; -9; 12)$ ,  $A_4(-5; 2; 0)$ ,  $B_1(-9; -7; 11)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -2x - 2y + 2z = 0$  и  $\beta : y - 2z - 7 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-4; -3; 7)$ ,  $B(-5; -5; 6)$ ,  $C(-2; 0; 8)$ ,  $S(-1; 0; -8)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(3; -1; 5)$  параллельно плоскости  $x + 5y - z = 0$  и перпендикулярно прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{9} = \frac{z+7}{0}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(0; 3; 7)$ ,  $B(-9; -1; 2)$ ,  $C(7; 6; 11)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой  

$$\begin{cases} -7x + y + 2z + 23 = 0 \\ -8x + y + 3z + 18 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-10; 23; 6)$  на плоскость  $-7x + 7y + 8z + 45 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{3}$  и плоскостью  $\pi : x - y + z + 8 = 0$ .

**Вариант 37.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении  $3 : 2$ .
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -1; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(2; 2; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; -5; 8)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(5; 2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-5; -1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(9; 2; 10)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 9; 2)$ ,  $B(7; 10; 3)$ ,  $C(3; 7; 1)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-2; -1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(7; 4; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-6; -2; -1)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_1$ .  $A_1(-2; 0; -7)$ ,  $A_2(-3; 2; -8)$ ,  $A_3(-2; 12; -7)$ ,  $A_4(-7; 1; -11)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x + z + 12 = 0$  и  $\beta : -4x + 5y + 5z = 13$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3; -2; 2)$ ,  $B(4; -4; 3)$ ,  $C(2; 1; -4)$ , и найти расстояние от точки  $S(6; 3; -8)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-2; 6; 6)$  перпендикулярно плоскостям  $-x + 5y - z = 6$  и  $x + 4y - 3 = 0$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(3; 8; 5)$ ,  $B(5; 1; 10)$ ,  $C(4; 5; 7)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 5z + 17 = 0 \\ 2x + 3y - 7z + 26 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(20; 2; -18)$  относительно плоскости  $-8x - y + 7z + 3 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{2}$  и плоскостью  $\pi : -x + 2y - 2z - 9 = 0$ .

**Вариант 38.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BB_1$ , а  $M$  делит ребро  $D_1 C_1$  в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-4; 3; 3)$ ,  $\mathbf{b}(3; 1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 3; 4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; -8; -9)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-1; -1; 3)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -3; -1)$ ,  $\mathbf{c}(4; 9; 1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 0; 5)$ ,  $B(16; 1; 5)$ ,  $C(7; -1; 6)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(0; 3; -5)$ ,  $\mathbf{b}(3; -1; 5)$ ,  $\mathbf{c}(2; -1; 4)$ ?
8. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $A_4$ .  $A_1(-8; 7; 8)$ ,  $A_2(-3; 9; 9)$ ,  $A_3(0; 10; 9)$ ,  $A_4(-14; 2; 11)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - y - 3 = 0$  и  $\beta : 2x - 5y - 4z = 0$ .
10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(5; 1; 1)$ ,  $B(6; 5; 2)$ ,  $C(4; -2; 1)$ , и найти расстояние от точки  $S(-4; 1; -7)$  до этой плоскости.
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(6; 0; -2)$  параллельно прямым  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z+2}{1}$  и  $\frac{x}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+7}{0}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(8; 7; 1)$ ,  $B(15; 3; 0)$ ,  $C(17; 2; 0)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} 2x - 2y - z - 14 = 0 \\ x + y + 11 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(-34; 19; 21)$  на плоскость  $10x - 5y - 8z + 36 = 0$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{5} = \frac{y+5}{4} = \frac{z+8}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -x - y - z - 15 = 0$ .

**Вариант 39.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(1; -2; -3)$ ,  $\mathbf{b}(6; 3; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; 2; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(4; -1; -6)$  по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .
4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-3; -2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-8; -2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(2; -1; -1)$ .
5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 9; 1)$ ,  $B(5; 19; 3)$ ,  $C(3; 0; 0)$ .
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .
7. Компланарны ли векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ , где  $A(4; 9; 5)$ ,  $B(7; 12; 3)$ ,  $C(-1; 8; 6)$ ,  $D(-2; 9; 6)$ ?
8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и высоту, опущенную на эту грань из вершины  $B_1$ .  $A_1(-1; -4; 0)$ ,  $A_2(-7; 3; 2)$ ,  $A_4(-8; -1; 1)$ ,  $B_1(3; -3; 0)$ .
9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 2x + y - 9z = 9$  и  $\beta : -y + z - 6 = 0$ .
10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-10; 1; 2)$ ,  $B(-9; -2; 1)$ ,  $C(-8; 5; 1)$ ,  $S(6; 1; -7)$ :  
 а) составить уравнение плоскости  $ABC$ ,  
 б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $ABC$ .
11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(1; -6; 7)$  параллельно прямым  $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{0}$  и  $\frac{x-3}{3} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+6}{1}$ .
12. Составить уравнение прямой  $AB$  и найти расстояние от точки  $C$  до этой прямой, если  $A(6; 3; 1)$ ,  $B(3; 5; 2)$ ,  $C(10; 0; 0)$ .
13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой 
$$\begin{cases} -x + 2y + 5z + 8 = 0 \\ -x + y + 4z + 11 = 0 \end{cases}.$$
14. Найти проекцию точки  $M(2; 11; 28)$  на плоскость  $2x - y - 8z = -24$ .
15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-8}{-1}$  и плоскостью  $\pi : -2x - y - 3z = -13$ .