Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;0;2)$, $\boldsymbol{b}(4;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;4;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;9;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-17;5;-6)$, $\boldsymbol{c}(7;-4;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;3;4)$, $B(4;4;5)$, $C(5;2;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-1;-4;-7)$, $A_2(-1;-5;-10)$, $A_3(-3;-8;-8)$, $A_4(0;-3;-5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;-3;-6)$, $B(6;-1;-5)$, $C(7;0;-3)$, $S(-3;-6;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;10;-6)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{-6} = \frac{z-4}{-10}$ и перпендикулярно плоскости $x - y - 3z + 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;9)$, $B(1;1;12)$, $C(2;1;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + z + 5 = 0 \\ x - 5y + 2z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(0;-21;35)$ на плоскость $-3x - 8y + 9z - 21 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{6} = \frac{z+1}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z + 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -2; 3)$, $\boldsymbol{b}(-1; -2; 2)$, $\boldsymbol{c}(1; -3; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; 0; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1; -3; 14)$, $\boldsymbol{b}(5; -1; -6)$, $\boldsymbol{c}(1; -1; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 8; 4)$, $B(8; 9; 5)$, $C(4; 7; 4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(5; -8; -7)$, $B(-3; -4; -4)$, $C(9; -6; -6)$, $D(0; -11; -8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 6; 10)$, $B(-7; 8; 9)$, $C(-3; 7; 10)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 0; 5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; 9; 4)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+7}{0}$ и перпендикулярно плоскости $4x - 4y - z = -2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 0; 9)$, $B(1; -1; 11)$, $C(5; -4; 18)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y + z - 17 = 0 \\ -x - 2y - z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(6; -26; 9)$ относительно плоскости $x - 9y + 2z = 43$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{2}$ и плоскостью $\pi : x - 2y - 3z + 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(-5;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;-3;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;-3;4)$, $\boldsymbol{b}(6;-7;2)$, $\boldsymbol{c}(-4;5;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;9;4)$, $B(8;11;3)$, $C(4;10;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(9;0;2)$, $B(10;-3;4)$, $C(12;-5;6)$, $D(3;10;-3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;-1;5)$, $B(12;0;3)$, $C(3;-2;8)$, $S(8;-1;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;-1;9)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+4}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - y + z = -2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;3)$, $B(1;7;3)$, $C(2;6;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + 2y + 3z + 1 = 0 \\ x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;5;5)$ относительно плоскости $3x + 5y + 4z = 35$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+3}{7} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + y - z + 1 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-4; -3; -2)$, $\boldsymbol{c}(3; 0; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; -1; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2; -1; 7)$, $\boldsymbol{b}(2; -7; -18)$, $\boldsymbol{c}(-3; 3; 7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 2; 0)$, $B(12; 5; 1)$, $C(1; 1; 0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-7; -2; -6)$, $B(-11; -5; -4)$, $C(3; 7; -5)$, $D(-6; -1; -4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-8; -1; 4)$, $B(-9; 0; 2)$, $C(-7; 2; 5)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -8; 0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; 5; 0)$ перпендикулярно плоскостям $5x - 4y + 5z - 3 = 0$ и $4x - 3y + 2z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 4; 2)$, $B(3; 5; 2)$, $C(5; 2; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + z - 13 = 0 \\ x - 7y + 2z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-6; 3; -4)$ относительно плоскости $-4x + 3y - 5z = -22$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{1} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 5y - 2z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 4; -4)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; -3)$, $\boldsymbol{c}(-2; 3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2; 2; -7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4; -2; -5)$, $\boldsymbol{b}(-2; 1; 2)$, $\boldsymbol{c}(1; -1; -8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 7)$, $B(2; 12; 7)$, $C(0; 8; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-9; -8; 5)$, $Q(-12; -4; 7)$, $R(-8; -10; 10)$, $S(-10; -7; 1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; -10; -2)$, $B(-8; -9; -2)$, $C(-5; -9; -1)$, $S(-2; -8; 7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; 2; -5)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{-5} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+4}{1}$ и $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+7}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 2; 5)$, $B(1; 0; 6)$, $C(0; -3; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 2y + z - 4 = 0 \\ -7x - 3y - z - 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-5; 2; -21)$ на плоскость $-7x + 3y - 6z + 21 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + 2z = 10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-2;-4)$, $\boldsymbol{b}(2;2;1)$, $\boldsymbol{c}(-6;-3;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-2;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-7;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(3;6;14)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;8;1)$, $B(10;9;-9)$, $C(9;9;0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(0;-18;-1)$, $Q(3;-8;1)$, $R(1;-17;-1)$, $S(5;-5;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;-2;6)$, $B(1;-3;6)$, $C(2;-12;7)$, $S(-6;-8;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;4;6)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-4}{1}$ и $\frac{x}{-2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-3}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;4)$, $B(7;-6;-1)$, $C(5;9;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 8y + 2z - 17 = 0 \\ x + 3y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-1;15;4)$ на плоскость $-x - 4y - 3z = -19$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{-2}$ и плоскостью $\pi : 3x - y - z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; -1; 0)$, $\boldsymbol{b}(-1; 3; 4)$, $\boldsymbol{c}(2; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4; -2; -7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1; -2; 4)$, $\boldsymbol{b}(3; 2; -1)$, $\boldsymbol{c}(1; -1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 5; 3)$, $B(2; 6; 2)$, $C(0; 1; 5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-10; 13; 7)$, $B(-6; 5; 4)$, $C(-1; -2; 4)$, $D(-9; 9; 3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; 5; -6)$, $B(6; 6; -6)$, $C(3; 4; -5)$, $S(-1; 7; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; 4; -9)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 4y + 2z = 7$ и $x + y + z = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 9; 0)$, $B(8; 11; 5)$, $C(0; 6; -8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - 13 = 0 \\ -3x - y + z - 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(24; -18; 4)$ на плоскость $-8x + 5y - 4z = -88$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - z - 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;3;-5)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;-8;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;5;-5)$, $\boldsymbol{b}(0;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(3;-4;6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;2;9)$, $B(7;4;8)$, $C(4;3;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(3;-4;-4)$, $B(3;-5;3)$, $C(5;-5;-1)$, $D(0;-2;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;-10;8)$, $B(5;-9;7)$, $C(10;-9;8)$, и найти расстояние от точки $S(4;4;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;1;4)$ перпендикулярно плоскостям $4x + 8y + 5z = 3$ и $3x + 7y + 4z = 7$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;0;9)$, $B(-2;-7;12)$, $C(-1;-4;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 2y - z - 19 = 0 \\ 5x + 3y - z + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-11;4;-13)$ относительно плоскости $5x - y + 4z = -6$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+7}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$ и плоскостью $\pi: x - 2y - 2z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; -6; -1)$, $\boldsymbol{b}(-2; -1; -1)$, $\boldsymbol{c}(2; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; 8; 0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2; -5; 5)$, $\boldsymbol{b}(-7; 19; -12)$, $\boldsymbol{c}(2; -6; 5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 2; 7)$, $B(3; -2; 7)$, $C(3; -3; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-3; 8; -4)$, $B(2; 3; -7)$, $D(-6; 11; -3)$, $A_1(1; 3; -7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; 9; -8)$, $B(6; 11; -5)$, $C(4; 10; -6)$, $S(1; -6; -1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3; -8; -1)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 2y - 6z = -6$ и $-2x - y + 5z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 3; 2)$, $B(4; 6; 9)$, $C(4; 7; 11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x - y - z + 1 = 0 \\ -2x + y + 4z - 21 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(6; 11; 20)$ на плоскость $-5x - y - 4z - 5 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + 2z - 15 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;-3)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;1;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 7\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-1;6)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(6;-1;-7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;7;5)$, $B(4;6;10)$, $C(1;8;-2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(8;-1;6)$, $A_2(11;4;3)$, $A_4(12;4;1)$, $B_1(10;1;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-6;-1)$, $B(-4;-9;0)$, $C(-7;-4;-4)$, $S(0;-8;-5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-6;-1)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + y - 3z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;4;4)$, $B(8;5;4)$, $C(13;-1;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 3z - 14 = 0 \\ -2x - y - 2z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-4;3)$ относительно плоскости $3x + y = 1$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-7}{-2}$ и плоскостью $\pi : -5x - 2y + 2z - 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(3;2;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;0;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;5;9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -8\boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(4;3;-7)$, $\boldsymbol{b}(4;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;8)$, $B(12;11;6)$, $C(1;7;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-9;-1;9)$, $A_2(-13;-1;4)$, $A_3(-8;1;10)$, $A_4(-7;2;10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8;4;9)$, $B(3;5;10)$, $C(4;5;11)$, и найти расстояние от точки $S(-3;7;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;9;6)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $4x + y = -1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;0;3)$, $B(10;1;1)$, $C(3;-1;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 8y - z + 14 = 0 \\ 2x - 9y - z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-7;14;-17)$ на плоскость $8x - 9y + 7z = 87$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y - 5z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(0;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;0;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;7;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5;3;-3)$, $\boldsymbol{b}(-9;1;-4)$, $\boldsymbol{c}(4;-1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;8;4)$, $B(2;7;13)$, $C(-1;9;-3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;-7;8)$, $B(4;-6;7)$, $D(10;-2;1)$, $E(-7;-12;16)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;5;8)$, $B(-6;6;7)$, $C(-1;6;8)$, $S(-5;-6;-7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8;9;4)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x + 3y = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;4)$, $B(17;0;-3)$, $C(14;1;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + 5y + 2z + 19 = 0 \\ 3x + 2y + z + 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;-1;-2)$ относительно плоскости $6x - 5y - 5z - 46 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y - z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;5;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-7;1;-6)$, $\boldsymbol{b}(-4;-3;-5)$, $\boldsymbol{c}(4;5;8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;8)$, $B(3;7;6)$, $C(6;9;11)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-7;-8;7)$, $A_2(-9;-3;4)$, $A_3(-7;-8;6)$, $A_4(-8;-10;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-8;10)$, $B(11;-5;9)$, $C(8;-7;10)$, и найти расстояние от точки $S(-1;2;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;1;9)$ перпендикулярно плоскостям $-3x + y + z - 2 = 0$ и $-x - 2y - z = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;0;3)$, $B(2;-5;5)$, $C(12;2;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -7x + y + 2z - 25 = 0 \\ -9x + y + 3z - 29 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11;21;-10)$ на плоскость $5x + 10y - 8z + 33 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - z + 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0; -3; 2)$, $\boldsymbol{b}(4; -5; 1)$, $\boldsymbol{c}(-3; 2; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; 10; -4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4; -7; 0)$, $\boldsymbol{b}(4; 4; -1)$, $\boldsymbol{c}(2; 1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 0; 2)$, $B(-1; 2; -3)$, $C(1; 1; 0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-5; 6; -5)$, $B(-5; 9; -6)$, $C(-3; 13; -6)$, $D(-12; 10; -10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -5; 6)$, $B(0; -1; 13)$, $C(1; 0; 15)$, $S(-2; -2; -5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4; 6; -10)$ перпендикулярно плоскостям $-3x + y + z + 1 = 0$ и $-7x - y + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 0; 0)$, $B(9; 4; 5)$, $C(7; -3; -4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + z - 6 = 0 \\ -2x - 5y - 4z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(10; 9; -2)$ относительно плоскости $5x + 5y - 4z - 4 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + 4z - 12 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;-5)$, $\boldsymbol{b}(-2;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;9;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-9;0;8)$, $\boldsymbol{c}(3;-3;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;7;1)$, $B(7;15;2)$, $C(5;2;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(-5;1;-3)$, $B(0;9;-5)$, $C(-3;2;-2)$, $D(0;4;-2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;-5;-4)$, $B(9;-4;-3)$, $C(6;-6;-7)$, $S(-5;1;0)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(3;5;0)$ параллельно плоскости $-x - y + z = -3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+5}{6} = \frac{z+6}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;7;5)$, $B(7;14;2)$, $C(0;2;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x + y + z - 9 = 0 \\ -9x + y + 2z - 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(14;16;21)$ относительно плоскости $7x + 8y + 7z + 32 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = -6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-6;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;3;5)$, $\boldsymbol{b}(4;5;5)$, $\boldsymbol{c}(-11;-2;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;8;4)$, $B(13;11;0)$, $C(10;9;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-4;-7;-4)$, $B(-5;-11;2)$, $C(-3;-4;-6)$, $D(-2;-2;-7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10;0;8)$, $B(-9;-3;8)$, $C(-9;-2;9)$, и найти расстояние от точки $S(-8;4;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;-7;3)$ параллельно прямым $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-8}$ и $\frac{x+7}{1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-4}{-3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;2;7)$, $B(6;12;3)$, $C(5;9;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y - z + 11 = 0 \\ 3x - 5y - 5z + 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-20;2;17)$ относительно плоскости $-9x + y + 8z = -47$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-6}{-1} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi: -x + y + 2z = 7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AB в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;2;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -7\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2;-5;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-7;4;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;9;4)$, $B(11;10;3)$, $C(15;10;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(9;5;-8)$, $A_2(-1;-2;-6)$, $A_4(11;8;-7)$, $B_1(4;3;-6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;-7;-1)$, $B(-3;-4;-2)$, $C(0;-6;-1)$, и найти расстояние от точки $S(5;-2;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;-3;-8)$ параллельно плоскости $-x - 7y + z = 3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-6}{-2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;3;6)$, $B(3;10;-3)$, $C(1;-3;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 6y + z + 1 = 0 \\ 3x - 5y + 2z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-29;42;-44)$ на плоскость $6x - 10y + 9z + 122 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi: -4x - 2y + 2z + 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -2; 1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -3; 0)$, $\boldsymbol{c}(-5; 4; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2; -1; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 9\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2; 3; -2)$, $\boldsymbol{b}(0; 1; 0)$, $\boldsymbol{c}(-1; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 9; 9)$, $B(5; 10; 7)$, $C(7; 10; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(6; -5; -6)$, $B(1; 1; -5)$, $C(8; 4; -7)$, $D(14; -10; -8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 7; -4)$, $B(10; 10; 0)$, $C(-9; 3; -9)$, $S(-6; -2; 3)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; 1; -8)$ параллельно плоскости $3x - 4y - z = -3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+7}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 8; 2)$, $B(-3; 3; 8)$, $C(2; 9; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 9y - 2z - 19 = 0 \\ -x - 10y + 3z + 26 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(34; 21; -29)$ на плоскость $8x + 4y - 7z = 43$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 4y + z + 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;2)$, $\boldsymbol{c}(-5;5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-7;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;-3;4)$, $\boldsymbol{b}(-4;5;-6)$, $\boldsymbol{c}(1;4;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;0;9)$, $B(-4;1;8)$, $C(-2;1;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4;2;-2)$, $A_2(1;6;-3)$, $A_4(3;0;4)$, $B_1(4;3;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;0;-1)$, $B(-5;2;-5)$, $C(-7;-1;-2)$, $S(5;8;-5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-10;2)$ перпендикулярно плоскостям $-x - y + z = 6$ и $3x + 2y + z = -2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;1;6)$, $B(-2;0;7)$, $C(7;4;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ -9x - 2y - z + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(1;14;2)$ на плоскость $3x - 4y - 2z - 30 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+8}{2}$ и плоскостью $\pi: -2x + y + 2z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 0; 3)$, $\boldsymbol{b}(1; 2; -1)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5; -3; -4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -8\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3; -7; -9)$, $\boldsymbol{b}(-1; 5; 5)$, $\boldsymbol{c}(-1; 6; 6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 2; 6)$, $B(10; 6; 3)$, $C(7; -3; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(1; -7; -4)$, $B(3; -7; -3)$, $D(4; -8; -4)$, $A_1(0; -4; -2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; 1; 4)$, $B(-11; -2; 5)$, $C(-8; 6; 1)$, и найти расстояние от точки $S(1; 3; -1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5; -1; 1)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y + 1 = 0$ и $x - 5y + z - 4 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 1; 2)$, $B(8; 5; -1)$, $C(6; -2; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x - 2y - z - 22 = 0 \\ 7x - y - z - 25 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(3; -37; -30)$ на плоскость $x - 7y - 8z = 46$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 2z = -5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;0;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(2;1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(9;-7;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-4;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;1;0)$, $B(10;3;-1)$, $C(7;-4;1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(-1;3;-3)$, $Q(-2;5;-2)$, $R(-3;2;-4)$, $S(-4;7;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;-3;-10)$, $B(3;-4;-9)$, $C(2;0;-9)$, $S(5;-6;-4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;0;-7)$ параллельно прямой $\frac{x+8}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-5x - 2y + z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;5;6)$, $B(7;4;6)$, $C(10;6;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x - 5y + 3z + 25 = 0 \\ -x + y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-6;-28;11)$ на плоскость $-3x - 9y + z = -83$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y - z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 6; -2)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; -1)$, $\boldsymbol{c}(3; -2; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4; -8; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(4; -1; -2)$, $\boldsymbol{c}(-1; 1; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 9; 1)$, $B(3; 16; 2)$, $C(4; 18; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(0; 0; 4)$, $Q(9; -3; 12)$, $R(-8; -1; 1)$, $S(3; 0; 5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; -2; 1)$, $B(8; -1; 2)$, $C(7; 1; 2)$, $S(-5; 7; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10; -4; -10)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 3y + 2z = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 4)$, $B(-5; 5; 11)$, $C(8; 2; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y + z - 4 = 0 \\ -4x - y \qquad - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-14; 3; -18)$ на плоскость $9x + y + 10z = 61$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y + 3z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-1;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-4;-1)$, $\boldsymbol{b}(1;1;3)$, $\boldsymbol{c}(4;3;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;0;8)$, $B(7;-5;12)$, $C(8;-4;11)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-3;7;0)$, $A_2(-2;14;-4)$, $A_4(-5;-1;5)$, $B_1(-5;0;4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4;-2;10)$, $B(-7;2;11)$, $C(-6;1;11)$, и найти расстояние от точки $S(5;8;2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8;1;9)$ параллельно плоскости $5x + 6y + 3z = 1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{-2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;9;4)$, $B(2;11;5)$, $C(3;10;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y + 3z - 19 = 0 \\ -x - y + 2z - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-11;-27;-6)$ на плоскость $4x + 6y - z = -41$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-6}$ и плоскостью $\pi : x - y + z - 8 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4; 5; -1)$, $\boldsymbol{b}(3; 3; 1)$, $\boldsymbol{c}(5; 4; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2; 5; -9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3; -6; 7)$, $\boldsymbol{b}(-2; -9; 16)$, $\boldsymbol{c}(1; 3; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 4; 3)$, $B(9; 7; 4)$, $C(6; 5; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-1; 0; 1)$, $B(0; 4; 0)$, $D(2; -5; 3)$, $A_1(3; -7; 4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; 1; -7)$, $B(10; -6; -8)$, $C(7; 5; -6)$, и найти расстояние от точки $S(5; 4; 7)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 2; 9)$ параллельно плоскости $-5x + 5y + z = -9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 2; 5)$, $B(7; 9; 0)$, $C(2; -8; 12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 6 = 0 \\ x + 6y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(2; -10; -15)$ на плоскость $-x - 2y - 2z = 21$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-7}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 3z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;3)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;-10;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;6;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;-5;2)$, $\boldsymbol{c}(7;-6;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;4;4)$, $B(17;6;7)$, $C(16;5;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-2;3;0)$, $A_2(-4;10;3)$, $A_3(0;-4;-2)$, $A_4(-3;5;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;8;-4)$, $B(-2;9;-4)$, $C(10;6;-3)$, $S(7;0;-6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-1;-9)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{0}$ и $\frac{x}{-1} = \frac{y-6}{9} = \frac{z-2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;0;4)$, $B(4;4;-3)$, $C(3;3;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 5y + z - 13 = 0 \\ -x - 4y - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(8;0;23)$ на плоскость $-3x + 2y - 5z = -25$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 3y + 2z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; 6; 0)$, $\boldsymbol{b}(-3; 5; -2)$, $\boldsymbol{c}(3; 4; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -4; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2; 7; -2)$, $\boldsymbol{b}(-2; -7; 3)$, $\boldsymbol{c}(-1; 19; -4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 3; 6)$, $B(3; -2; 6)$, $C(0; 9; 7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(6; 0; 2)$, $B(7; -7; -3)$, $C(4; -1; 3)$, $D(3; -3; 3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 7; 9)$, $B(-7; 2; 11)$, $C(-9; -1; 12)$, $S(7; 2; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; 9; 1)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{0}$ и $\frac{x-3}{-6} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 9; 2)$, $B(-1; 4; 0)$, $C(4; 7; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ -2x + 5y + z - 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-14; 10; -4)$ на плоскость $-5x + 8y - 3z + 34 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z-1}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y - z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(1; 5; -2)$, $\boldsymbol{c}(-1; 4; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1; -4; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2; 3; 3)$, $\boldsymbol{b}(2; -7; -4)$, $\boldsymbol{c}(-1; -8; 2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 7; 1)$, $B(11; 8; 2)$, $C(-1; 5; 0)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-4; 6; 0)$, $B(0; 7; 5)$, $D(-9; 10; -9)$, $E(-6; 6; -3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; 7; 2)$, $B(3; 8; 2)$, $C(1; 8; 3)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -5; -2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3; 3; -1)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-5}{7}$ и $\frac{x+2}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+6}{6}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 0; 5)$, $B(10; 5; -4)$, $C(7; -2; 9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 3y + z + 4 = 0 \\ x - y + z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-1; 5; 25)$ на плоскость $x + y - 7z + 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-4} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+1}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -5; -2)$, $\boldsymbol{b}(-1; 6; 3)$, $\boldsymbol{c}(-2; 6; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; -8; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(9; 7; -9)$, $\boldsymbol{b}(1; 5; -3)$, $\boldsymbol{c}(-3; -3; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 6; 5)$, $B(-3; 5; 7)$, $C(2; 5; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-8; 4; -1)$, $B(-7; 6; -6)$, $D(-10; 1; 7)$, $A_1(-2; -3; 1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; -7; -7)$, $B(-8; -6; -6)$, $C(-13; -6; -5)$, $S(4; 2; -7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1; 1; -4)$ перпендикулярно плоскостям $-8x + y - z + 2 = 0$ и $-x + y - 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 9; 6)$, $B(10; 8; 7)$, $C(5; 11; 5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 10 = 0 \\ -x - y + z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(34; 2; -1)$ на плоскость $6x + y - z = 55$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(4;-1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;0;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2;7;7)$, $\boldsymbol{b}(4;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(4;-4;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;7;3)$, $B(13;9;4)$, $C(2;4;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(9;-2;-5)$, $A_2(13;-1;-6)$, $A_3(6;-3;-3)$, $A_4(6;-4;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;-8;-7)$, $B(-3;-10;-8)$, $C(2;-7;-7)$, и найти расстояние от точки $S(7;6;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8;-7;9)$ параллельно прямым $\frac{x+6}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+8}{0}$ и $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+8}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;8;2)$, $B(5;6;6)$, $C(6;5;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 2y + z + 27 = 0 \\ x + y + z - 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;6;-1)$ относительно плоскости $-x + 5y = -5$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z + 12 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;5)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-3;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(8;2;-11)$, $\boldsymbol{c}(-4;1;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;5;3)$, $B(9;2;2)$, $C(6;4;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-2;-8;-6)$, $A_2(0;-13;-11)$, $A_4(-4;-5;1)$, $B_1(-1;-12;-8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10;-2;0)$, $B(-7;-4;7)$, $C(-8;-3;4)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-7;8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;-6;1)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-3x - y - z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;8)$, $B(3;9;-2)$, $C(2;7;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x + 5y - 4z - 20 = 0 \\ 2x - y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(7;-2;1)$ относительно плоскости $7x - 3y - 2z = 22$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+6}{4} = \frac{z+5}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + z - 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(2;0;-1)$, $\boldsymbol{c}(5;2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;5;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-2;-6)$, $\boldsymbol{b}(-5;0;-4)$, $\boldsymbol{c}(2;1;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;8;3)$, $B(6;9;2)$, $C(9;7;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(3;5;5)$, $A_2(6;0;2)$, $A_4(6;2;3)$, $B_1(5;9;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;-2;-1)$, $B(-1;-3;-2)$, $C(0;-3;1)$, и найти расстояние от точки $S(-2;8;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;2;5)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x + 2y - z + 1 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;4;7)$, $B(0;8;8)$, $C(-4;11;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - 2y + z + 23 = 0 \\ \ \ \ 2x + y - z - 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16;5;-21)$ на плоскость $-4x - 5y + 8z + 47 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - 2z = 7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;0;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(3;1;-6)$, $\boldsymbol{b}(-5;-4;10)$, $\boldsymbol{c}(1;1;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;7;2)$, $B(14;3;1)$, $C(-5;12;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0;0;-8)$, $B(3;3;-9)$, $D(-4;2;-11)$, $A_1(-2;-1;-8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;2;7)$, $B(-4;0;6)$, $C(-7;-1;8)$, $S(3;4;4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;4;-3)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{4} = \frac{y+8}{-7} = \frac{z+2}{-3}$ и $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;7;2)$, $B(5;6;2)$, $C(8;8;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 28 = 0 \\ -x - 2y + z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(4;-7;-7)$ на плоскость $2x - y + 4z = 29$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z = 12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;0;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;4;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3;2;4)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;-11;-14)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;5;2)$, $B(0;6;2)$, $C(13;3;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(0;0;-7)$, $A_2(7;2;-11)$, $A_3(2;-4;-16)$, $A_4(0;1;-5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;-10;4)$, $B(9;-9;4)$, $C(6;-8;5)$, и найти расстояние от точки $S(6;-1;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;1;-3)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - 6y + z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;7;1)$, $B(7;6;-4)$, $C(8;6;-5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 24 = 0 \\ 2x + y \qquad + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-7;-15;12)$ на плоскость $2x + 6y - 7z = 79$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-6}{-5}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-4;4)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;6;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + 6\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;3;1)$, $\boldsymbol{b}(3;4;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;8;7)$, $B(-1;11;3)$, $C(2;6;10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-9;3;-2)$, $B(-8;4;-4)$, $D(-16;7;-9)$, $E(-16;2;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10;6;-4)$, $B(-11;-1;-6)$, $C(-9;12;-3)$, $S(-4;-1;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(9;6;-5)$ перпендикулярно плоскостям $-x+y+z=-4$ и $3x+y+2z+2=0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;0;7)$, $B(8;5;5)$, $C(3;-3;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 8x+3y-z-12=0 \\ 5x+y\qquad -13=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;4;1)$ относительно плоскости $-x+y-2z=4$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi: 5x+4y+4z=-9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AB в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(6; -3; -2)$, $\boldsymbol{b}(-4; 2; 1)$, $\boldsymbol{c}(5; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; 1; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3; 2; -2)$, $\boldsymbol{b}(6; -2; -11)$, $\boldsymbol{c}(-3; -2; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 0; 4)$, $B(5; -10; 1)$, $C(7; 7; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0; -1; -6)$, $B(1; -3; -9)$, $D(-2; -8; -10)$, $A_1(2; 9; 1)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; -1; 9)$, $B(3; 4; 8)$, $C(4; 1; 7)$, $S(1; 6; 4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; -1; 6)$ параллельно плоскости $-x + 3y + z + 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 3; 6)$, $B(6; 0; 7)$, $C(6; -1; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 2z - 7 = 0 \\ -2x - 2y + 3z - 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4; 5; 2)$ относительно плоскости $6x - 7y + 3z = -6$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+7}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 5y - 2z + 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-1; -3; 3)$, $\boldsymbol{c}(0; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; 1; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2; -6; -1)$, $\boldsymbol{b}(1; 6; 1)$, $\boldsymbol{c}(2; -23; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 6; 7)$, $B(3; 1; 10)$, $C(4; 4; 9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(9; 7; -2)$, $B(15; 10; -1)$, $D(7; 8; -6)$, $E(12; 10; -4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 1; -5)$, $B(-3; 2; -3)$, $C(1; -2; -6)$, и найти расстояние от точки $S(-7; -7; -1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; -2; 5)$ перпендикулярно плоскостям $9x + y - z - 2 = 0$ и $2x + y = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 6; 2)$, $B(11; 14; -3)$, $C(9; 9; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 10 = 0 \\ -2x - y + 3z - 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(12; -13; 0)$ относительно плоскости $-9x + 6y + z = -9$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + z - 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;3;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-3;5)$, $\boldsymbol{c}(13;9;-11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;5;3)$, $B(2;4;4)$, $C(0;0;3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(-8;0;0)$, $Q(-9;7;-4)$, $R(-6;-3;3)$, $S(-7;-8;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;-7;5)$, $B(-5;-8;4)$, $C(-3;-9;8)$, и найти расстояние от точки $S(-6;8;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;10;4)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{1} = \frac{y+8}{2} = \frac{z}{1}$ и $\frac{x+1}{-5} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;2;9)$, $B(8;4;13)$, $C(10;-1;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - z - 3 = 0 \\ -2x - y + 9z + 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-23;-6;9)$ относительно плоскости $-8x - 3y + 5z - 2 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-5}{2} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+5}{-3}$ и плоскостью $\pi: 3x - y - 2z = 9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4; -5; 2)$, $\boldsymbol{b}(3; 2; -1)$, $\boldsymbol{c}(-1; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; -10; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3; -5; -11)$, $\boldsymbol{b}(2; 1; 3)$, $\boldsymbol{c}(3; 2; 5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 5; 2)$, $B(9; 0; 2)$, $C(9; 4; 3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(7; -2; 1)$, $Q(9; -3; 2)$, $R(2; 1; -3)$, $S(10; -3; 7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; -4; -8)$, $B(6; -9; -7)$, $C(6; -13; -6)$, и найти расстояние от точки $S(6; 1; 0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-8; 0; 5)$ параллельно прямым $\frac{x}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 7; 5)$, $B(9; 6; 5)$, $C(1; 15; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 5y - 3z + 3 = 0 \\ x + 4y - z + 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1; -8; 0)$ относительно плоскости $3x + 8y - 3z - 56 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+7}{2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z + 8 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-3;1)$, $\boldsymbol{b}(4;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-7;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(5;0;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;5;6)$, $B(0;8;8)$, $C(-3;9;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-1;5;6)$, $Q(-2;-4;5)$, $R(0;13;6)$, $S(1;14;8)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;2;0)$, $B(9;3;0)$, $C(10;8;1)$, $S(-8;6;7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;5;3)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+6}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x - 2y = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;0;2)$, $B(1;8;5)$, $C(4;3;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -8x - y - z + 15 = 0 \\ 3x + y \qquad - 12 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-13;-40;-22)$ на плоскость $-2x - 8y - 7z = 32$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y-8}{2} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y - 3z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа РК6-18.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;3;2)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(-5;0;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-3;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(12;5;3)$, $\boldsymbol{b}(4;3;7)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;3;8)$, $B(7;2;9)$, $C(7;7;8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-4;8;-3)$, $A_2(-7;10;5)$, $A_4(-7;10;2)$, $B_1(-3;7;-5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3;3;8)$, $B(-8;2;8)$, $C(-6;2;7)$, $S(-2;1;2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;-5;4)$ параллельно прямым $\frac{x+8}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;0;2)$, $B(5;3;3)$, $C(10;-5;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x - 7y - 10z + 2 = 0 \\ -x + 2y + 3z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-18;-24;4)$ на плоскость $4x + 5y - 4z + 37 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-8}{-3} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi: x + 2y + 3z = 12$.