Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(-6;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(5;1;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-4;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(2;9;1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-3;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;1;4)$, $B(8;0;-3)$, $C(6;3;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-7;-2;-4)$, $Q(-6;0;-2)$, $R(-11;6;-11)$, $S(-10;-7;-9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;6;-8)$, $B(-10;3;-7)$, $C(4;8;-9)$, $S(1;3;6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;1;-10)$ перпендикулярно плоскостям $2x - 3y - z - 2 = 0$ и $-x + 4y + z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;6;8)$, $B(6;7;4)$, $C(11;5;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + 3z + 14 = 0 \\ -3x + 2y - 7z - 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(40;-7;-9)$ на плоскость $-9x + 2y + z + 39 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;3;3)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;-2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} - 9\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(21;20;15)$, $\boldsymbol{b}(6;5;4)$, $\boldsymbol{c}(-7;-6;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;8;1)$, $B(3;7;2)$, $C(3;1;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(4;2;-2)$, $B(3;-1;7)$, $C(6;7;-9)$, $D(5;4;-12)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;6;8)$, $B(-5;11;5)$, $C(4;3;10)$, $S(-1;-3;0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;3;1)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - y + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;4;1)$, $B(6;5;-3)$, $C(8;6;-6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z + 12 = 0 \\ -x + y + 5z - 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(43;-43;-25)$ на плоскость $-9x + 10y + 5z = -118$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -6x - 4y - 3z - 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-3;5;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-4;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}|=2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=4\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(4;3;4)$, $\boldsymbol{c}(-7;-4;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;1;1)$, $B(0;2;2)$, $C(-3;4;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=2$, $|\boldsymbol{n}|=5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-9;-6;9)$, $B(-12;-10;15)$, $D(-11;-8;12)$, $E(-4;-1;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4;0;6)$, $B(-3;-1;7)$, $C(1;-3;8)$, и найти расстояние от точки $S(-8;0;-7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-2;-9)$ перпендикулярно плоскостям $3x+y+2z-7=0$ и $x+y+z-2=0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;5;3)$, $B(6;1;-2)$, $C(7;0;-3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x-3y-4z+8=0 \\ 2x+5y+7z-15=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;-7;0)$ относительно плоскости $-5y+z=-4$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x-3}{-4}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi: 2x-2y+z=14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро AD в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(-3;-4;0)$, $\boldsymbol{c}(-2;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-2;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(18;-11;-10)$, $\boldsymbol{b}(-1;4;1)$, $\boldsymbol{c}(-4;5;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;5;6)$, $B(-4;6;6)$, $C(-5;6;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(6;6;0)$, $A_2(11;0;1)$, $A_3(2;9;-2)$, $A_4(7;7;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;10;6)$, $B(5;9;3)$, $C(0;11;7)$, и найти расстояние от точки $S(-3;-8;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-9;5;3)$ параллельно плоскости $x + 7y = 9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{-10} = \frac{z-5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;0;3)$, $B(10;-4;1)$, $C(2;7;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 4x + 5y - 2z - 13 = 0 \\ 3x + 3y - z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2;-19;-6)$ на плоскость $x - 9y - 3z + 86 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-8}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi: 3x + y - z = 3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(1;4;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-5;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;7;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 4\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6;-3;-5)$, $\boldsymbol{b}(-4;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(6;5;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;3;4)$, $B(6;4;2)$, $C(8;-1;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-5;-3;-6)$, $A_2(-8;1;-9)$, $A_4(-7;0;-10)$, $B_1(-4;-4;-13)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10;3;7)$, $B(11;9;6)$, $C(11;8;7)$, и найти расстояние от точки $S(-3;6;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-5;10)$ параллельно прямой $\frac{x+4}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+6}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-8x + 3y + 3z = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;8;2)$, $B(1;11;-3)$, $C(0;13;-6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x - 2y + 5z + 17 = 0 \\ 2x + 3y - 6z - 23 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-14;46;-37)$ на плоскость $-x + 10y - 10z - 40 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-6}{6}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(0;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;0;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;1;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;3;1)$, $\boldsymbol{b}(3;1;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;-7;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;5;1)$, $B(8;0;-2)$, $C(7;-1;-1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-1;6;-6)$, $Q(-2;16;-9)$, $R(0;14;-3)$, $S(-3;5;-13)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;-4;-1)$, $B(1;-5;-5)$, $C(-1;-2;-2)$, $S(-5;0;-2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;0;1)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 9y - 2z = 7$ и $x + y + z = 4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;0;8)$, $B(-4;7;9)$, $C(5;-1;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 4y + z - 20 = 0 \\ x - y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;3;-1)$ относительно плоскости $-x - 2y + 3z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y - 2z = 8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;4;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-5;-2)$, $\boldsymbol{c}(-5;-5;-6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6;-9;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-6;-5;-1)$, $\boldsymbol{c}(3;2;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;3;8)$, $B(4;4;8)$, $C(-1;5;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-6;-5;2)$, $A_2(-11;-2;3)$, $A_3(-5;-5;0)$, $A_4(-5;-9;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(7;-5;2)$, $B(6;-4;1)$, $C(5;-4;-3)$, и найти расстояние от точки $S(6;1;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;0;9)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-3}{0}$ и перпендикулярно плоскости $x + y + z + 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;2;6)$, $B(18;-3;2)$, $C(11;1;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - z + 10 = 0 \\ 2x - y + 2z - 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;-12;7)$ относительно плоскости $x + 4y - 3z = -6$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-3}{-6}$ и плоскостью $\pi : x + y + z = 2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-4;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-4;-6)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-5;-10)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(17;13;-3)$, $\boldsymbol{b}(4;5;-1)$, $\boldsymbol{c}(-6;-7;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;9;6)$, $B(8;6;-1)$, $C(5;11;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(0;-2;-12)$, $A_2(-3;-1;-8)$, $A_3(-7;1;-1)$, $A_4(4;2;2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;2;1)$, $B(4;4;2)$, $C(3;9;2)$, и найти расстояние от точки $S(7;-7;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;-1;-6)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-2}{1}$ и $\frac{x+8}{-1} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-1}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;4;4)$, $B(6;2;5)$, $C(4;7;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + 3y - 2z + 13 = 0 \\ x + 2y - z + 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(21;21;-7)$ на плоскость $9x + 10y - 3z - 40 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - 2z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4; -4; 5)$, $\boldsymbol{b}(1; 3; -6)$, $\boldsymbol{c}(3; 2; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1; -2; 9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7; 3; -23)$, $\boldsymbol{b}(3; -2; -1)$, $\boldsymbol{c}(-2; -1; 6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 5; 5)$, $B(-3; 7; 4)$, $C(8; -2; 9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(7; 5; -3)$, $B(8; 4; -8)$, $D(10; 1; -7)$, $A_1(7; 4; 2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; -4; 9)$, $B(4; -5; 9)$, $C(12; -5; 8)$, $S(-1; -4; 8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; -4; 0)$ перпендикулярно плоскостям $7x - y - z + 3 = 0$ и $-9x + y = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 7; 0)$, $B(6; 10; 1)$, $C(4; 5; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + z + 7 = 0 \\ -5x + 4y - 4z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7; 2; -3)$ относительно плоскости $-8x - 5y - 3z - 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 3y - 2z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;5)$, $\boldsymbol{b}(-3;0;2)$, $\boldsymbol{c}(-4;-1;5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;0;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;3;1)$, $\boldsymbol{b}(1;2;3)$, $\boldsymbol{c}(-7;-5;-14)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;5;5)$, $B(10;7;1)$, $C(5;2;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(6;1;4)$, $B(3;2;5)$, $D(2;0;9)$, $E(1;4;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;3;1)$, $B(-6;4;1)$, $C(5;1;2)$, $S(8;-3;-6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;5;9)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 3y = -4$ и $-2x - y - z = 8$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;0;8)$, $B(7;9;13)$, $C(3;4;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 10x + y - z + 2 = 0 \\ 9x + y \quad\quad + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;-12;-4)$ относительно плоскости $-x - 5y = -6$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-3} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z-3}{4}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 15 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-5;2)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;0)$, $\boldsymbol{c}(5;1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;5;-5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-11;0)$, $\boldsymbol{b}(3;-5;-4)$, $\boldsymbol{c}(-2;3;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;3;4)$, $B(14;4;5)$, $C(10;2;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(1;-9;-9)$, $B(-4;-10;-15)$, $D(5;-7;-8)$, $A_1(7;-7;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;4;-3)$, $B(-7;6;-2)$, $C(-4;7;-1)$, и найти расстояние от точки $S(6;6;1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-9;-3;-4)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{-8} = \frac{z+6}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x - y + z = -5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;9;1)$, $B(4;8;-3)$, $C(-1;10;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y - 3z + 22 = 0 \\ -x - 3y + 5z - 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(1;14;18)$ на плоскость $2x - 6y - 7z = 148$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро DD_1 в отношении $2 : 3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; -3; 1)$, $\boldsymbol{b}(-2; -3; 1)$, $\boldsymbol{c}(-6; 4; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; -4; 3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -7\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3; -2; 1)$, $\boldsymbol{b}(1; -2; -2)$, $\boldsymbol{c}(-10; 6; -7)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 6; 6)$, $B(4; 7; 3)$, $C(3; 7; 4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(8; 7; 1)$, $B(5; 9; 1)$, $C(7; 12; 3)$, $D(1; 9; 0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -5; -1)$, $B(1; -4; 8)$, $C(0; -4; 7)$, $S(3; -8; -7)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-10; -3; 4)$ параллельно плоскости $-x - y - 2z = -2$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{7}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 4; 9)$, $B(3; 2; 4)$, $C(-1; 5; 11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - z - 5 = 0 \\ 4x + y - 16 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(13; 7; 27)$ на плоскость $-7x - 4y - 8z - 52 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-5}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y - 7z = -4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;1;2)$, $\boldsymbol{b}(-3;-4;4)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0;3;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-4;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;-3;4)$, $\boldsymbol{c}(0;9;10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;1;5)$, $B(5;2;5)$, $C(14;-1;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(9;3;-2)$, $B(8;4;1)$, $D(10;0;-3)$, $A_1(7;8;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(2;-6;-5)$, $B(-6;-7;-4)$, $C(-5;-7;-5)$, $S(1;-1;5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;-4;-1)$ параллельно плоскости $-x + y + z = 9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{-5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+7}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;3;9)$, $B(5;-2;5)$, $C(7;7;12)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 4z - 11 = 0 \\ -x + 2y - 7z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-12;-17;9)$ относительно плоскости $-5x - 5y + 4z = 16$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-8}{2}$ и плоскостью $\pi : 4x - y - z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;-6;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-5;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 8\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(4;-1;-5)$, $\boldsymbol{b}(-4;1;4)$, $\boldsymbol{c}(2;-7;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;6;2)$, $B(9;7;3)$, $C(12;7;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(5;-1;-2)$, $Q(0;-6;5)$, $R(4;-8;8)$, $S(-2;-5;4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5;-5;-3)$, $B(-4;-4;-4)$, $C(-3;-2;-10)$, и найти расстояние от точки $S(-4;4;-2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;1;-6)$ перпендикулярно плоскостям $-x + 8y + 2z - 5 = 0$ и $-x + y + z - 7 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;0;2)$, $B(3;-1;-1)$, $C(6;-2;-5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + 2y + z + 14 = 0 \\ x - y \qquad - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;-1;5)$ относительно плоскости $-5y - 3z = 7$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{4} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-7}{-7}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;-3;2)$, $\boldsymbol{c}(1;2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-1;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;6;-3)$, $\boldsymbol{b}(-5;-5;2)$, $\boldsymbol{c}(-14;-18;9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;7;9)$, $B(4;8;10)$, $C(1;6;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-4;2;1)$, $B(-3;5;-2)$, $D(-3;-2;2)$, $E(-1;1;-2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10;6;-1)$, $B(15;3;1)$, $C(12;5;0)$, $S(-8;-5;-5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;-3;2)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z-1}{-2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{9} = \frac{z+1}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;8;6)$, $B(4;11;7)$, $C(7;6;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - 2z + 2 = 0 \\ -2x - 5y + 5z - 25 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(14;1;31)$ на плоскость $8x + y + 9z = -46$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + 2y - z = 11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5; -3; -3)$, $\boldsymbol{b}(4; 2; 3)$, $\boldsymbol{c}(-2; 0; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4; 2; -1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2; 1; -3)$, $\boldsymbol{b}(-6; 5; -4)$, $\boldsymbol{c}(3; -3; 4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 4; 3)$, $B(6; 13; 3)$, $C(6; 9; 4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-8; 8; 9)$, $A_2(-1; 6; -1)$, $A_3(-5; 5; 2)$, $A_4(-6; 4; 3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 10; 4)$, $B(-10; 9; 4)$, $C(-5; 11; 3)$, и найти расстояние от точки $S(-2; 7; -8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4; -1; 5)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + 3y = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 2; 5)$, $B(6; 4; -3)$, $C(4; 3; 2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -9x + y - 4 = 0 \\ -8x + 2y + z + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-17; 21; -22)$ относительно плоскости $6x - 7y + 9z + 32 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{-4} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + z = -7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1; -2; 3)$, $\boldsymbol{b}(-4; 3; -2)$, $\boldsymbol{c}(-1; 3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4; -2; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(3; -3; 5)$, $\boldsymbol{b}(-5; 6; -6)$, $\boldsymbol{c}(-3; 3; -4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 2; 4)$, $B(1; 3; 9)$, $C(1; 4; 11)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(4; 6; 3)$, $Q(5; 11; 3)$, $R(7; 13; 1)$, $S(3; -1; 4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -6; -4)$, $B(2; -5; -6)$, $C(5; -4; -7)$, и найти расстояние от точки $S(0; -8; 4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; 1; -8)$ параллельно плоскости $x + 7y + 8 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 6; 0)$, $B(2; 1; 1)$, $C(1; 4; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 4y - 3z + 6 = 0 \\ x - y + 2z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-20; 11; 20)$ относительно плоскости $7x - 6y - 7z + 11 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-2}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 5y - 5z + 14 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;-3;0)$, $\boldsymbol{b}(-3;-3;-1)$, $\boldsymbol{c}(4;5;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;4)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;-11)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;7;8)$, $B(6;6;2)$, $C(4;9;15)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-6;-3;-8)$, $B(-5;-1;-9)$, $D(4;0;-17)$, $A_1(-7;0;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;2;8)$, $B(-5;3;8)$, $C(-7;-4;9)$, $S(-7;5;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;7;-5)$ параллельно прямой $\frac{x+6}{10} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-2}{-5}$ и перпендикулярно плоскости $-7x - 4y + 3z = 6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;2;8)$, $B(8;5;6)$, $C(8;4;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 7x + 7y - 2z + 19 = 0 \\ -2x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;13;16)$ относительно плоскости $x - 7y - 8z = -50$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{5} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = -11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;2)$, $\boldsymbol{b}(-5;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;-4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-1;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-3;3)$, $\boldsymbol{b}(1;7;-5)$, $\boldsymbol{c}(-1;-1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;6;6)$, $B(7;7;7)$, $C(11;2;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(9;4;6)$, $Q(16;5;2)$, $R(10;2;2)$, $S(4;3;9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;0;1)$, $B(1;-3;0)$, $C(6;4;2)$, $S(0;3;-5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;7;8)$ параллельно плоскости $x + 5y - z + 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y+8}{-6} = \frac{z-5}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;6;2)$, $B(12;7;6)$, $C(11;7;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y \qquad + 6 = 0 \\ 3x - 2y + z + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3;-4;-2)$ относительно плоскости $-5x - z + 22 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+8}{7}$ и плоскостью $\pi : x + y - z + 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4; 2; -3)$, $\boldsymbol{b}(-3; -3; 1)$, $\boldsymbol{c}(5; 1; -6)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(0; -6; -4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1; 3; -1)$, $\boldsymbol{b}(6; -1; 1)$, $\boldsymbol{c}(-2; 1; -1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 1)$, $B(0; 8; 2)$, $C(5; 8; 0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-7; 0; 5)$, $A_2(-12; -5; 9)$, $A_3(-10; -5; 7)$, $A_4(-11; -8; 8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-4; -5; -4)$, $B(-1; -4; -7)$, $C(-11; -6; 0)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 2; -2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; -2; 8)$ параллельно плоскости $x + 3y + z + 4 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z+3}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 9; 1)$, $B(3; 16; 11)$, $C(2; 14; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 9y + 2z - 6 = 0 \\ -x + 7y - z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(30; 12; 14)$ на плоскость $7x + y + 3z = 28$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-2}{1}$ и плоскостью $\pi : -4x - y + 3z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-1;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;0;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6;-8;-3)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;-5)$, $\boldsymbol{c}(1;2;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;2;6)$, $B(7;3;6)$, $C(12;3;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(5;-9;1)$, $A_2(7;-1;4)$, $A_3(4;-13;0)$, $A_4(2;-6;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9;0;-8)$, $B(-10;1;-9)$, $C(-7;1;-8)$, $S(5;4;6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;-7;10)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - y = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;9;9)$, $B(3;11;5)$, $C(3;12;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 8y - 2z - 6 = 0 \\ 2x + 3y - z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;-6;1)$ относительно плоскости $3x - 3y + 2z = 2$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-3} = \frac{y-6}{1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -x + 3y + z + 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4; 1; -6)$, $\boldsymbol{b}(2; -4; -1)$, $\boldsymbol{c}(1; 2; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5; 6; -2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -7\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1; -1; -1)$, $\boldsymbol{b}(-2; 2; 3)$, $\boldsymbol{c}(5; 7; -4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 5; 2)$, $B(14; 4; 1)$, $C(-3; 7; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0; 9; 9)$, $A_2(1; 7; 6)$, $A_4(1; 12; 15)$, $B_1(-2; 12; 14)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(8; 5; -4)$, $B(9; 4; -4)$, $C(6; 12; -3)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 3; -2)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 3; 3)$ параллельно плоскости $x - 3y - z = 8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-3} = \frac{y+7}{4} = \frac{z+8}{4}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 7; 1)$, $B(2; 8; -1)$, $C(-1; 6; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x - y \qquad - 15 = 0 \\ -\ x - y - z - \ 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(8; -13; 16)$ относительно плоскости $-4x + 7y - 9z = -48$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x - 4y + 2z = -7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;-1;-1)$, $\boldsymbol{b}(0;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(-5;0;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;-9;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -8\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-5;3)$, $\boldsymbol{b}(-1;7;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;-5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;7;8)$, $B(2;10;8)$, $C(2;12;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-11;-7;-1)$, $A_2(-8;-8;0)$, $A_3(-9;-13;-9)$, $A_4(-18;-5;-5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-5;-4;-5)$, $B(-4;-1;-6)$, $C(-4;-9;-5)$, $S(-1;-5;1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-1;1)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-5}{1}$ и $\frac{x}{1} = \frac{y+8}{4} = \frac{z+4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;9;3)$, $B(7;12;2)$, $C(6;11;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x - y + z + 2 = 0 \\ -2x + y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-15;1;1)$ на плоскость $2x - 2y + z = 5$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{6} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-6;2)$, $\boldsymbol{b}(0;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-5;10;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5;4;-6)$, $\boldsymbol{b}(-4;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(5;-8;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;7;2)$, $B(2;6;3)$, $C(7;4;4)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(7;4;-8)$, $A_2(2;1;-16)$, $A_4(10;6;-3)$, $B_1(12;5;0)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;1;-10)$, $B(-6;0;-12)$, $C(-5;0;-9)$, $S(-4;-6;0)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(8;-1;-10)$ параллельно плоскости $x - y - z = 4$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+8}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+6}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;3;1)$, $B(12;7;0)$, $C(3;2;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y - 5z - 10 = 0 \\ x - y - 6z - 28 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(26;-14;12)$ относительно плоскости $9x - 6y + 5z - 23 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 2y + 2z = 15$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $2 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; 1; -3)$, $\boldsymbol{b}(2; 3; 1)$, $\boldsymbol{c}(1; 3; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; -10; -4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3; -3; 4)$, $\boldsymbol{b}(3; 4; -3)$, $\boldsymbol{c}(5; 9; -13)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 4; 5)$, $B(8; 8; 2)$, $C(9; 3; 6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(6; -3; 7)$, $Q(4; -6; 10)$, $R(10; 2; 5)$, $S(9; 1; 6)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; -7; -1)$, $B(-9; -10; 1)$, $C(-9; -9; -2)$, $S(-8; -7; -2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4; 10; 3)$ перпендикулярно плоскостям $-8x + y + 2z = -1$ и $9x - 2y - 3z - 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 6; 4)$, $B(5; 9; 5)$, $C(6; 7; 4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y - z + 11 = 0 \\ x + 2y + 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(32; -12; -25)$ на плоскость $10x - 5y - 6z + 114 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-1}{2}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 3z + 11 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;-1)$, $\boldsymbol{b}(6;5;-5)$, $\boldsymbol{c}(5;3;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;8;-6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;3;-3)$, $\boldsymbol{c}(-12;-9;10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;4;7)$, $B(-4;5;8)$, $C(13;3;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(9;3;-1)$, $B(10;0;-4)$, $D(10;1;0)$, $A_1(7;6;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-1;0)$, $B(1;2;2)$, $C(1;4;1)$, и найти расстояние от точки $S(5;-5;-7)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3;3;0)$ параллельно плоскости $x - 3y + 3z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+8}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;5;3)$, $B(1;9;1)$, $C(6;2;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + 3y + 4z + 5 = 0 \\ -x + y - z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-12;1;-3)$ относительно плоскости $6x + y - z = -11$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-3} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-8}{3}$ и плоскостью $\pi : x + 2y - 2z = 8$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; -5; -3)$, $\boldsymbol{b}(0; -3; -4)$, $\boldsymbol{c}(3; -2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(2; 3; 6)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -8\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5; 4; -5)$, $\boldsymbol{b}(4; 1; 5)$, $\boldsymbol{c}(-1; -6; -8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 4; 4)$, $B(14; 5; 4)$, $C(10; 5; 5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(9; 7; -8)$, $Q(17; 6; -4)$, $R(12; 6; -8)$, $S(1; 9; -9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; -10; 8)$, $B(-9; -8; 7)$, $C(-2; -11; 9)$, $S(0; -6; 6)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3; 3; 4)$ параллельно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+8}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $x + 2y + 3z = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 0; 7)$, $B(-7; -9; 5)$, $C(-3; -4; 6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - z + 9 = 0 \\ -5x + 2y - z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(11; 10; 1)$ относительно плоскости $-6x - 5y + z + 22 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : x + y + 3z - 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;3;1)$, $\boldsymbol{b}(1;5;2)$, $\boldsymbol{c}(1;2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;5;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-5;-7)$, $\boldsymbol{b}(3;2;4)$, $\boldsymbol{c}(7;10;8)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;1;3)$, $B(5;4;2)$, $C(-2;0;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-7;-5;-3)$, $A_2(-2;-7;-5)$, $A_4(-9;-4;-2)$, $B_1(0;-10;-12)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2;-4;10)$, $B(-3;-7;9)$, $C(-1;-11;10)$, $S(8;6;-2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2;-10;1)$ параллельно плоскости $x - y = -6$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-6} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;1;4)$, $B(4;-1;7)$, $C(2;4;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 4x + y - z - 8 = 0 \\ -7x - y + 2z + 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-29;23;-7)$ на плоскость $-10x + 6y - z = 24$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{-3} = \frac{y-8}{-3} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi: -2x - 2y + z = -10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;0;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;4;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;2;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-3;-4)$, $\boldsymbol{b}(5;-3;0)$, $\boldsymbol{c}(-1;3;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;1;9)$, $B(16;0;10)$, $C(11;0;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-7;3;0)$, $A_2(-6;2;-2)$, $A_3(-8;3;1)$, $A_4(-11;7;-10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;4;-1)$, $B(7;1;-2)$, $C(6;-1;-1)$, и найти расстояние от точки $S(8;2;4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;-9;0)$ параллельно плоскости $-3x - 2y + 2z - 1 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;8;8)$, $B(-1;3;5)$, $C(12;11;10)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y + 3z - 6 = 0 \\ x + 2y + 4z - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(12;17;4)$ относительно плоскости $-3x - 6y - z = -27$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+4}{7}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = -7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;5;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;5;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-5;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 8\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(7;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-7;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(14;8;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;2;4)$, $B(6;7;5)$, $C(6;5;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-9;-7;-3)$, $B(-14;-14;0)$, $D(-6;-5;-1)$, $E(-14;-13;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2;-8;4)$, $B(-6;-5;6)$, $C(-5;-6;7)$, и найти расстояние от точки $S(8;-6;1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;2;3)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{-5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и $\frac{x+2}{-4} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+8}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;7;1)$, $B(7;11;11)$, $C(-2;6;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x - y + 8z - 26 = 0 \\ 3x + y - 7z + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-7;2;-1)$ относительно плоскости $-7x + 4y + z = 23$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + 7y + z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(3;-1;-1)$, $\boldsymbol{c}(5;-2;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;-1)$, $\boldsymbol{b}(2;3;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-7;4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;3;7)$, $B(0;0;6)$, $C(3;4;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(8;-2;-1)$, $A_2(10;-3;6)$, $A_4(9;-10;8)$, $B_1(8;1;-3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-1;-1)$, $B(-3;-3;-2)$, $C(-11;0;1)$, $S(6;-1;-3)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;6;0)$ параллельно прямым $\frac{x+5}{5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+4}{0}$ и $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;6;6)$, $B(10;1;-1)$, $C(6;8;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + y \phantom{{}+z} + 15 = 0 \\ 2x + 2y + z - 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-1;-2;-2)$ относительно плоскости $x + 5y + 6z - 8 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{-2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : -3x + y - 2z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-4;-1;3)$, $\boldsymbol{c}(5;3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(10;7;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;1)$, $\boldsymbol{b}(-5;-1;-2)$, $\boldsymbol{c}(15;7;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;4;0)$, $B(2;6;-1)$, $C(-3;3;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-4;2;0)$, $B(-7;-4;-5)$, $D(-5;-1;-4)$, $A_1(-1;7;4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10;-5;-2)$, $B(9;-7;-6)$, $C(8;-10;-11)$, и найти расстояние от точки $S(0;-3;2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;5;-6)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y + z - 2 = 0$ и $x - 3y + z = -2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;0)$, $B(-1;7;4)$, $C(6;2;-5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 3z + 23 = 0 \\ -2x - y - z + 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-14;3;6)$ относительно плоскости $9x - y - 4z = -6$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{1} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x - 2y - z - 15 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;-1)$, $\boldsymbol{b}(1;-4;-1)$, $\boldsymbol{c}(6;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-9;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-8;3;8)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;1)$, $\boldsymbol{c}(2;-2;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;1;7)$, $B(3;0;11)$, $C(0;0;10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(4;-8;9)$, $B(-1;-17;9)$, $D(7;-4;11)$, $E(0;-15;8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-5;-1)$, $B(4;-3;-2)$, $C(5;2;-2)$, и найти расстояние от точки $S(0;3;-1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0;1;-4)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x-6}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;0;1)$, $B(10;4;-5)$, $C(6;1;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y - z + 16 = 0 \\ 3x - 3y - 2z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(12;-2;-1)$ относительно плоскости $-5x + y - 2z = -15$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 6y + 4z = -3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 1; 3)$, $\boldsymbol{b}(-2; 0; -1)$, $\boldsymbol{c}(-3; -2; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8; -1; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5; 2; 6)$, $\boldsymbol{b}(-2; 1; 3)$, $\boldsymbol{c}(5; 0; -3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 2; 6)$, $B(0; 4; 7)$, $C(1; 5; 8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-3; 3; -4)$, $B(-5; -2; -12)$, $D(-2; 5; -1)$, $A_1(-4; 6; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 4; -3)$, $B(0; 0; -2)$, $C(-2; 3; -3)$, и найти расстояние от точки $S(6; 3; -7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0; 4; -6)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-4}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x - y + z = -2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 6; 8)$, $B(10; 5; 4)$, $C(11; 5; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 2y + z + 9 = 0 \\ -3x + 3y + 2z + 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-3; -25; 8)$ на плоскость $x + 9y - 9z - 26 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-3}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 5y + 4z + 5 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;2;4)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;3)$, $\boldsymbol{c}(-4;3;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;5;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;7;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-4;-11;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;0;3)$, $B(7;1;3)$, $C(10;1;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(0;3;-9)$, $A_2(3;12;-5)$, $A_4(-1;10;-10)$, $B_1(3;6;-5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1;-4;-10)$, $B(-9;-6;-7)$, $C(-4;-5;-9)$, $S(-5;4;-8)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;-1;-1)$ перпендикулярно плоскостям $-x - 2y - 3z = -6$ и $x + y + 2z = 2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;5;8)$, $B(7;0;0)$, $C(4;8;13)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + y - z + 1 = 0 \\ 5x - y + 2z - 10 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(17;17;-13)$ на плоскость $-3x - 4y + 3z + 56 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-3} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+2}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро CC_1 в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1; 1; 2)$, $\boldsymbol{b}(-1; -3; -3)$, $\boldsymbol{c}(-3; -2; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7; -1; -5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти пр$_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-7; 4; 2)$, $\boldsymbol{b}(4; -2; -1)$, $\boldsymbol{c}(19; -11; -2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 1; 5)$, $B(-4; 2; 5)$, $C(-2; 2; 6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(8; -6; -8)$, $B(10; -7; -9)$, $D(5; -8; -5)$, $A_1(10; -3; -11)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -3; -5)$, $B(-2; -5; -12)$, $C(-9; -2; -1)$, $S(2; 6; -1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5; 1; 5)$ перпендикулярно плоскостям $-2x + 2y + z = 6$ и $-3x - y = -5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 8; 6)$, $B(10; 7; 10)$, $C(5; 10; -1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x - 5y + 5z + 9 = 0 \\ -2x - 4y + 3z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5; -1; -1)$ относительно плоскости $-3x + z = 9$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-3}$ и плоскостью $\pi : -3x - 2y - 2z = -7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AD в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;3;2)$, $\boldsymbol{b}(-4;-2;-1)$, $\boldsymbol{c}(0;-5;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;8;7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;2;-3)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;5;7)$, $B(7;6;8)$, $C(6;3;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;4;2)$, $B(1;1;-1)$, $D(0;-3;-5)$, $E(3;8;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;-2;-7)$, $B(2;3;-7)$, $C(2;-1;-6)$, $S(0;4;-4)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;-1;0)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $-x-y-z+2=0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;4;1)$, $B(4;5;2)$, $C(9;3;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x+6y-z+5=0 \\ -x+y+z-6=0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(16;32;35)$ на плоскость $-3x-9y-10z-74=0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-7}{-2}$ и плоскостью $\pi: 3x-2y-3z=12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро BC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;0)$, $\boldsymbol{c}(5;-4;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;3;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;-6;7)$, $\boldsymbol{b}(6;7;-3)$, $\boldsymbol{c}(2;2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;4;7)$, $B(4;3;7)$, $C(-2;2;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-9;1;-8)$, $Q(-16;-7;-4)$, $R(-11;4;-7)$, $S(-4;-6;-11)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-8;0;-3)$, $B(-9;3;-10)$, $C(-9;2;-9)$, $S(4;-3;2)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-4;-4;-1)$ перпендикулярно плоскостям $x - 5y - 2z = -2$ и $-x + 3y + 3z + 6 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;2;2)$, $B(5;-2;-3)$, $C(8;9;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y - 2z - 6 = 0 \\ -3x + 2y - 3z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(1;0;-15)$ на плоскость $x + 2y - 7z = -2$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - y - z + 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;2;1)$, $\boldsymbol{b}(4;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(1;3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4;-1;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 6\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;-5;-2)$, $\boldsymbol{b}(-5;11;1)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;9;9)$, $B(4;11;5)$, $C(8;8;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(0;-9;6)$, $Q(5;-13;5)$, $R(3;-12;5)$, $S(10;-2;8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;7;0)$, $B(6;8;-1)$, $C(8;9;-1)$, и найти расстояние от точки $S(8;-8;-4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;6;4)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+3}{4}$ и $\frac{x-3}{-3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;4;7)$, $B(6;2;4)$, $C(3;9;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 4y - z + 14 = 0 \\ x - y \qquad + 17 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;-6;3)$ относительно плоскости $-4x + 5y - 3z + 18 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-4} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - z - 7 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ2-11.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;1;-6)$, $\boldsymbol{c}(3;2;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;1;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} - 6\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-4;-7;3)$, $\boldsymbol{b}(-6;-2;-7)$, $\boldsymbol{c}(2;2;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;2;2)$, $B(7;5;3)$, $C(5;6;2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(-9;4;0)$, $Q(0;6;-10)$, $R(-12;3;5)$, $S(-2;5;-7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;6;5)$, $B(-1;7;3)$, $C(-1;4;2)$, и найти расстояние от точки $S(2;5;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;-9;-7)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{0}$ и $\frac{x+8}{-7} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;3;2)$, $B(5;6;9)$, $C(4;5;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + 2z - 5 = 0 \\ 3x - y - z - 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-25;-23;28)$ на плоскость $-7x - 5y + 7z = 117$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-7}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{6}$ и плоскостью $\pi: -x + y - z - 11 = 0$.