Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $3 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3; -2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-5; 1; 3)$, $\boldsymbol{c}(6; -1; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3; 7; -3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-2; 3; -4)$, $\boldsymbol{b}(-4; 4; -3)$, $\boldsymbol{c}(2; -2; 3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 8; 6)$, $B(-1; 9; 7)$, $C(-5; 6; 10)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(9; 3; -5)$, $A_2(8; 5; -2)$, $A_3(10; 0; -9)$, $A_4(19; 10; -2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-1; -6; 6)$, $B(6; -3; 8)$, $C(-2; -5; 7)$, $S(5; 1; 2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(0; 2; 8)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$ и перпендикулярно плоскости $x + 5y - z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 7; 1)$, $B(6; 6; -2)$, $C(7; 6; -3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 2y + z + 6 = 0 \\ -2x - y + 2 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(12; 24; 3)$ на плоскость $-3x - 7y - 4z + 68 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-2} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z+7}{-4}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z - 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3; 2; -2)$, $\boldsymbol{b}(-5; 0; -3)$, $\boldsymbol{c}(3; 1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6; -7; 4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2; 1; -6)$, $\boldsymbol{b}(-1; 7; 11)$, $\boldsymbol{c}(6; -1; -5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 6; 7)$, $B(6; 4; 7)$, $C(2; 15; 8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-9; 6; 4)$, $A_2(-3; 0; -1)$, $A_3(-5; -2; 0)$, $A_4(4; -5; -6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; 3; 3)$, $B(-3; -4; 4)$, $C(-4; -2; 4)$, и найти расстояние от точки $S(-8; -6; -1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(8; -1; 10)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + 3y + 2z = 6$ и $x - y + z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 8; 5)$, $B(-4; 13; -4)$, $C(-1; 9; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y + 2z - 28 = 0 \\ x - 2y + 3z - 22 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(38; 39; 20)$ на плоскость $7x + 8y + 4z - 142 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - 3y + z - 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;3;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;4;-4)$, $\boldsymbol{c}(0;-5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(1;-2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;1;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-7;6)$, $\boldsymbol{c}(-5;-4;-4)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;2;1)$, $B(9;10;1)$, $C(9;3;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}-2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(-14;-1;-4)$, $A_2(-9;-2;-6)$, $A_3(-5;0;-3)$, $A_4(-10;-5;-10)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;4;-3)$, $B(6;5;-4)$, $C(5;5;-5)$, и найти расстояние от точки $S(0;-6;6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7;10;0)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+7}{1}$ и перпендикулярно плоскости $2x + y + 7z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;1;5)$, $B(2;2;5)$, $C(3;4;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x - y + 7z + 16 = 0 \\ \ \ 2x + y - 5z - 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(9;-8;15)$ относительно плоскости $7x - 6y + 7z - 15 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x + 2y + z - 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;6;-3)$, $\boldsymbol{b}(2;4;-5)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-3;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-3;2;1)$, $\boldsymbol{b}(7;-3;-3)$, $\boldsymbol{c}(-4;3;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;2;8)$, $B(-7;4;9)$, $C(0;3;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S. $P(-7;-4;4)$, $Q(-6;1;2)$, $R(-9;-13;11)$, $S(-5;3;6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10;1;-9)$, $B(9;-6;-9)$, $C(11;6;-10)$, и найти расстояние от точки $S(4;-5;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;3;1)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-9} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+8}{2}$ и перпендикулярно плоскости $2x - y - z = -4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;1;0)$, $B(7;-3;6)$, $C(7;-2;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - 7y - 3z - 3 = 0 \\ -x + 3y + 2z + 4 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(23;-4;6)$ на плоскость $7x - 5y + z - 37 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+8}{2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - 2z = -11$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;-6;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;6;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;3;1)$, $\boldsymbol{c}(-6;-7;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;8;3)$, $B(16;5;7)$, $C(11;7;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-7;0;-8)$, $B(-8;3;-3)$, $D(-7;-1;-10)$, $A_1(-17;7;2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;3;3)$, $B(-8;5;4)$, $C(2;2;3)$, $S(6;-8;-4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-9;10;-10)$ параллельно плоскости $-3x - y - z + 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+5}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;1;8)$, $B(4;-4;4)$, $C(4;-5;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 2y \qquad + 22 = 0 \\ \quad x + 5y - z + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-38;-13;42)$ на плоскость $10x + 3y - 10z + 3 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{3}$ и плоскостью $\pi: x - y + z + 6 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; -3; -2)$, $\boldsymbol{b}(1; 0; 5)$, $\boldsymbol{c}(-1; -2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3; 5; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(2; 3; -3)$, $\boldsymbol{b}(5; 2; -2)$, $\boldsymbol{c}(-2; -2; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 3; 8)$, $B(5; 5; 9)$, $C(2; 4; 9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C. $A(5; -4; 3)$, $B(6; -4; 5)$, $C(3; 3; 2)$, $D(3; 1; 2)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; 2; 4)$, $B(-1; 7; 4)$, $C(-5; -6; 5)$, $S(1; 6; -3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2; 4; -7)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 3y - 2z = 0$ и $2x - y - z = -4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 7)$, $B(5; 7; 6)$, $C(0; 4; 8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + 7z + 29 = 0 \\ -x + 2y - 4z - 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-9; 1; 8)$ относительно плоскости $-8x + 3y + 3z + 24 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-1} = \frac{y+7}{-8} = \frac{z+2}{1}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z = 4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-2;-4;-3)$, $\boldsymbol{c}(-3;-3;-4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-1;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-2;1;6)$, $\boldsymbol{b}(1;1;1)$, $\boldsymbol{c}(11;-2;-19)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;4;0)$, $B(17;5;-1)$, $C(14;5;0)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-1;9;-9)$, $B(-3;3;-2)$, $D(1;8;-10)$, $A_1(-2;8;-7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-1;-5)$, $B(-8;-2;-4)$, $C(-12;-3;-4)$, и найти расстояние от точки $S(-8;-7;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;-3;7)$ параллельно прямой $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{0}$ и перпендикулярно плоскости $2x - 6y - z = -4$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;5;0)$, $B(6;7;-3)$, $C(9;0;8)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - 3y + 2z + 24 = 0 \\ -2x - y + 3z + 19 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(13;49;0)$ на плоскость $5x + 10y - 2z - 39 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : -4x + y - 3z = 5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;-1;0)$, $\boldsymbol{b}(-1;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-3;3;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;7;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(5;3;-8)$, $\boldsymbol{b}(7;-2;-4)$, $\boldsymbol{c}(-1;1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;8;2)$, $B(11;2;3)$, $C(12;1;4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(9;6;3)$, $Q(9;4;4)$, $R(7;-4;-2)$, $S(10;3;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;-5;10)$, $B(5;-10;10)$, $C(4;-7;9)$, и найти расстояние от точки $S(1;-1;-1)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;3;1)$ параллельно плоскости $x + 2y - z = -5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-6}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;2;4)$, $B(-3;1;9)$, $C(-2;1;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 3x + y + z - 12 = 0 \\ 4x - y \qquad - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-6;3;1)$ относительно плоскости $8x + 3y - 5z = 5$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-8}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + 4y - z = -3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(2;-1;4)$, $\boldsymbol{c}(-1;-4;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-7;1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -6\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;7)$, $\boldsymbol{b}(5;9;14)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;1)$, $B(8;15;1)$, $C(6;11;2)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(-2;-9;7)$, $B(1;-6;8)$, $D(-4;-9;8)$, $E(2;-4;9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6;1;-3)$, $B(5;-6;-5)$, $C(5;-8;-6)$, $S(1;6;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-10;3;9)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y + z = -5$ и $-2x + 5y - z - 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;2;3)$, $B(8;1;0)$, $C(8;0;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x - y - z - 12 = 0 \\ 6x + y \qquad + 21 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2;11;-18)$ на плоскость $3x + 10y - 4z + 74 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + 2y + 3z + 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; 3; 4)$, $\boldsymbol{b}(-3; 2; 3)$, $\boldsymbol{c}(-2; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(4; 9; 7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2; 5; 4)$, $\boldsymbol{b}(-2; -7; -5)$, $\boldsymbol{c}(-7; -18; -15)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 3; 4)$, $B(6; 2; 5)$, $C(4; 5; 7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(-9; 2; -8)$, $B(-16; -2; -5)$, $C(-15; 1; -7)$, $D(-18; 6; -9)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; 10; 2)$, $B(-9; 9; 1)$, $C(-9; 12; 3)$, $S(0; 2; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1; 8; -6)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{1} = \frac{y+6}{2} = \frac{z+8}{1}$ и $\frac{x}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+8}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 7; 1)$, $B(2; 14; 4)$, $C(7; 5; 0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 8x - 2y + z - 6 = 0 \\ 5x - y \phantom{{}+z} - 8 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3; 6; 0)$ относительно плоскости $2x + 3y - z = 3$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{5} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x - y + z - 15 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-5;2)$, $\boldsymbol{b}(-5;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;-2;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3;4;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(7;-8;4)$, $\boldsymbol{c}(-4;5;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;8;3)$, $B(-4;5;10)$, $C(11;10;-2)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(7;7;-1)$, $Q(4;12;-8)$, $R(10;3;7)$, $S(6;4;-4)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1;6;-2)$, $B(0;7;-2)$, $C(6;4;-1)$, и найти расстояние от точки $S(-7;5;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;6;6)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{1}$ и $\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;2;3)$, $B(3;0;4)$, $C(3;-1;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + y - z + 11 = 0 \\ -x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-2;-4)$ относительно плоскости $-3x + 5y + 8z - 7 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{7} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = -3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-5;-1;-2)$, $\boldsymbol{b}(2;-2;1)$, $\boldsymbol{c}(6;3;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-8;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-20;-9;12)$, $\boldsymbol{c}(7;2;-6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;5;6)$, $B(10;14;7)$, $C(7;3;6)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(0;2;2)$, $B(1;-3;1)$, $D(-1;-4;-5)$, $A_1(2;-3;4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10;3;1)$, $B(-9;10;1)$, $C(-11;2;2)$, $S(-2;6;-3)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;2;-3)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+6}{0}$ и $\frac{x+6}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5;1;5)$, $B(4;3;8)$, $C(4;2;6)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y - 2z + 15 = 0 \\ x + y - z + 18 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;-1;6)$ относительно плоскости $-3x + 2y - 3z - 4 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : x + y + 4z = -2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(3;5;5)$, $\boldsymbol{c}(2;1;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;5;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{c}(2;-5;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;8;2)$, $B(4;11;-2)$, $C(-9;3;9)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(4;-9;3)$, $B(1;-14;10)$, $C(5;-7;0)$, $D(9;0;8)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7;-10;2)$, $B(-10;-8;1)$, $C(-6;-11;3)$, и найти расстояние от точки $S(-4;-7;4)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(2;-6;4)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{-6} = \frac{y+7}{1} = \frac{z-4}{0}$ и $\frac{x-6}{-7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;2;8)$, $B(3;5;6)$, $C(1;0;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - z - 17 = 0 \\ -2x - 4y + 3z + 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11;10;10)$ на плоскость $-8x - 8y - 7z - 116 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x - 4y - z = 15$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6; 5; 0)$, $\boldsymbol{b}(1; -2; 1)$, $\boldsymbol{c}(-2; 3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(3; 6; -9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-4; 3; 3)$, $\boldsymbol{b}(-5; 3; 4)$, $\boldsymbol{c}(6; -1; -10)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 2; 4)$, $B(1; 4; 5)$, $C(7; 3; 5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m}-3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(0; 0; -1)$, $B(5; 0; 6)$, $D(3; -2; -3)$, $E(3; -3; -6)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; -8; -3)$, $B(-1; -6; 0)$, $C(-1; -9; -4)$, и найти расстояние от точки $S(7; -6; 8)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7; -5; -4)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{4} = \frac{y-4}{3} = \frac{z}{1}$ и $\frac{x+3}{3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+6}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 6; 8)$, $B(2; 4; 11)$, $C(5; 9; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + 8y - 2z - 21 = 0 \\ 2x - 3y + z + 13 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-18; -12; -6)$ относительно плоскости $9x + 8y + 3z = -45$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 4y + 3z = -12$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overline{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1}=\boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q}=\overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро DC в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;5)$, $\boldsymbol{b}(1;2;2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;5;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=6\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=1$, $|\boldsymbol{n}|=2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y}=2\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(5;-4;-2)$, $\boldsymbol{b}(1;1;1)$, $\boldsymbol{c}(0;-1;0)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;1;7)$, $B(11;-1;8)$, $C(7;4;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}|=1$, $|\boldsymbol{n}|=1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}})=\frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(3;5;-1)$, $A_2(11;1;-2)$, $A_4(-2;7;-2)$, $B_1(0;6;-3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7;-1;-2)$, $B(-5;2;1)$, $C(-6;1;2)$, и найти расстояние от точки $S(-2;1;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(1;-10;4)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{3}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z-2}{1}$ и $\frac{x-2}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-2}{-2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;6;2)$, $B(4;-4;-2)$, $C(5;-1;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x+2y-z+9=0 \\ 3x+y+17=0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-4;3;0)$ относительно плоскости $-4x+5y+7z=-14$.

13. Найти угол между прямой $l:\frac{x+1}{1}=\frac{y+8}{1}=\frac{z+3}{1}$ и плоскостью $\pi:-2x-3y+6z=0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5;3;5)$, $\boldsymbol{b}(3;3;4)$, $\boldsymbol{c}(-3;-1;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-9;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6;1;1)$, $\boldsymbol{b}(5;-2;-3)$, $\boldsymbol{c}(-11;5;3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;2;4)$, $B(5;9;11)$, $C(7;11;14)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-6;-5;-9)$, $A_2(-3;-4;-8)$, $A_4(-7;-9;-12)$, $B_1(-6;-2;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;4;2)$, $B(4;5;3)$, $C(9;3;2)$, $S(4;5;1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-6;8;-9)$ параллельно прямой $\frac{x+5}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-4x - y + z = 5$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;6;5)$, $B(5;7;5)$, $C(9;2;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -3x + 3y - 2z - 1 = 0 \\ 2x - y + z - 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11;29;29)$ на плоскость $4x + 9y + 9z + 146 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 4y - z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;2;1)$, $\boldsymbol{b}(-2;0;1)$, $\boldsymbol{c}(5;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;1)$, $\boldsymbol{b}(2;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-2;-4;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;5;9)$, $B(11;7;10)$, $C(10;6;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(4;8;-5)$, $A_2(1;10;-6)$, $A_4(-4;13;-8)$, $B_1(13;4;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;-4;-1)$, $B(6;-3;-10)$, $C(1;-5;9)$, и найти расстояние от точки $S(-2;1;1)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;-5;1)$ параллельно плоскости $-x-y-z+2=0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+3}{-6} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;2;1)$, $B(5;3;1)$, $C(4;3;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x + y + z - 19 = 0 \\ -2x - y \qquad - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(4;-26;-20)$ на плоскость $-2x+9y+4z-82=0$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x+2}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-4}{-2}$ и плоскостью $\pi: -3x-y+2z+5=0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;4;3)$, $\boldsymbol{b}(4;-2;-5)$, $\boldsymbol{c}(-3;5;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;-6;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-7;2;-5)$, $\boldsymbol{b}(-6;-5;-10)$, $\boldsymbol{c}(6;-1;6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;5;9)$, $B(8;11;11)$, $C(9;10;12)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(-2;-6;0)$, $B(-3;-7;3)$, $D(2;-3;-6)$, $A_1(-2;-7;5)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;7;1)$, $B(-5;8;-1)$, $C(-4;10;-2)$, и найти расстояние от точки $S(-4;2;5)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6;1;4)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x + y + z = -3$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6;5;9)$, $B(7;6;11)$, $C(8;8;14)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y + 5z + 5 = 0 \\ 3x - y + 3z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(5;27;13)$ относительно плоскости $3x + 9y + 4z = 45$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{3} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + 2z - 11 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро AB в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;4;-3)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(-5;1;0)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7;-3;3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -5\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(2;7;-5)$, $\boldsymbol{b}(7;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-2;-3;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;8;2)$, $B(8;9;-2)$, $C(5;7;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(3;3;9)$, $B(5;1;12)$, $D(6;0;14)$, $E(4;8;16)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;-1;7)$, $B(-7;0;14)$, $C(-12;-2;-1)$, и найти расстояние от точки $S(0;6;4)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;-4;7)$ параллельно плоскости $-5x - 5y - 4z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{2} = \frac{y+7}{4} = \frac{z-1}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;2;5)$, $B(16;7;8)$, $C(3;-1;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z - 4 = 0 \\ -x + 5y + 2z + 5 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;-3;7)$ относительно плоскости $-3x + 2y - z = 10$.

13. Найти угол между прямой $l: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-5}{-1}$ и плоскостью $\pi: -x - y - z + 10 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра D_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0;3;-1)$, $\boldsymbol{b}(3;-2;4)$, $\boldsymbol{c}(1;-5;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;8;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;3;2)$, $\boldsymbol{c}(-14;-6;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;5;8)$, $B(-4;8;7)$, $C(-3;9;7)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A_1(8;-1;5)$, $A_2(4;-6;2)$, $A_3(1;-10;0)$, $A_4(10;-11;7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6;-5;4)$, $B(-3;-15;-1)$, $C(-7;-2;6)$, и найти расстояние от точки $S(-6;2;3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-3;9;5)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{2}$ и $\frac{x+5}{5} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-6}{5}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;8;4)$, $B(4;5;9)$, $C(2;12;-2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z + 19 = 0 \\ -x - y + 2z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(14;30;-8)$ на плоскость $3x + 7y - 4z = 62$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}$ и плоскостью $\pi : -x + 4y + 2z = 9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(0; -1; -2)$, $\boldsymbol{b}(-2; 3; 1)$, $\boldsymbol{c}(-1; 0; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-7; 10; 2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3; 1; 2)$, $\boldsymbol{b}(5; -1; 1)$, $\boldsymbol{c}(-5; 0; -9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4; 5; 2)$, $B(7; 6; 2)$, $C(-1; 3; 3)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(6; 1; 0)$, $B(10; 5; 9)$, $D(5; 0; -3)$, $E(4; 1; -5)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(7; -6; 2)$, $B(2; -9; 0)$, $C(11; -4; 3)$, $S(-7; 2; 3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5; -4; 10)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{-1}$ и $\frac{x+8}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+6}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 0; 1)$, $B(7; -1; 0)$, $C(12; 1; 3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + 7y + z + 12 = 0 \\ x - 10y - 2z - 15 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-11; -6; 13)$ на плоскость $-4x - 3y + 7z + 69 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+6}{2}$ и плоскостью $\pi : -3x - y + z = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро BC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-2;-5)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;2)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(8;-4;-9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(7;-4;7)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;-7)$, $\boldsymbol{c}(3;-2;6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;7;4)$, $B(1;6;2)$, $C(0;8;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P. $P(8;4;-2)$, $Q(9;5;0)$, $R(8;7;4)$, $S(14;2;-7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5;-2;-4)$, $B(8;-5;-3)$, $C(7;-3;-4)$, и найти расстояние от точки $S(0;5;-8)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(8;-3;6)$ параллельно плоскости $-4x - y + 2z = 8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;0;7)$, $B(11;-2;8)$, $C(7;1;7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -5x + 2y - 3z - 8 = 0 \\ -6x + 3y - 4z - 11 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-18;-28;-5)$ на плоскость $8x + 8y + z - 14 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y - 5z = 15$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1B_1, а M делит ребро AD в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;-2;-5)$, $\boldsymbol{b}(1;1;2)$, $\boldsymbol{c}(5;2;4)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-1;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 7\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-3;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;-4;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;6;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;9;3)$, $B(4;8;-4)$, $C(-1;11;13)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1. $A(1;-1;8)$, $B(4;-2;9)$, $D(-2;6;7)$, $A_1(6;-3;10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1;-4;-8)$, $B(3;-3;-9)$, $C(10;-3;-8)$, $S(6;8;5)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(4;-9;-7)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+8}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-3x - 5y + z = -1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;1;2)$, $B(15;-2;-3)$, $C(10;0;0)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x + y - 2z + 11 = 0 \\ -2x - y + 5z - 24 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-11;-4;2)$ относительно плоскости $-9x - 5y + 40 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{1}$ и плоскостью $\pi : -x + 3y - 4z + 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2; 1; 0)$, $\boldsymbol{b}(1; -3; 5)$, $\boldsymbol{c}(-2; 0; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8; 4; 5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{m} + 6\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-5; 1; -6)$, $\boldsymbol{b}(7; -3; 5)$, $\boldsymbol{c}(-2; 1; -2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 5; 8)$, $B(1; 2; 4)$, $C(3; 7; 13)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(-5; -5; -9)$, $A_2(-5; -7; -14)$, $A_3(-7; -8; -18)$, $A_4(-2; -3; -1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 2; 5)$, $B(4; 6; 5)$, $C(2; -1; 6)$, и найти расстояние от точки $S(3; 5; -1)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(6; 4; -1)$ параллельно прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-9}$ и перпендикулярно плоскости $x + y - 8z + 3 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 8; 5)$, $B(5; 7; 8)$, $C(1; 12; -5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 4y - 3z - 2 = 0 \\ -3x - 7y + 5z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-24; 17; 4)$ на плоскость $9x - 5y - 3z = -83$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+1}{7}$ и плоскостью $\pi : -x - y - z + 13 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро DC в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;-1;4)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-1)$, $\boldsymbol{c}(-1;2;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;5;2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;-3;3)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;-4)$, $\boldsymbol{c}(5;3;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;8;2)$, $B(1;9;-3)$, $C(1;10;-4)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(-5;-4;3)$, $A_2(-8;-9;11)$, $A_4(-8;1;4)$, $B_1(-6;-2;3)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4;5;-4)$, $B(5;8;-2)$, $C(3;7;-5)$, и найти расстояние от точки $S(-4;-3;7)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-3;-7)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+7}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-2x + y = -2$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;8;6)$, $B(7;18;3)$, $C(2;11;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x + y \qquad - 2 = 0 \\ -\ x - y + z - 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-5;-3;-19)$ относительно плоскости $-3x - 7z - 3 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z + 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AB в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(5; 1; -2)$, $\boldsymbol{b}(5; -4; -5)$, $\boldsymbol{c}(-2; -3; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5; 6; 1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6; 1; -4)$, $\boldsymbol{b}(-4; -1; 3)$, $\boldsymbol{c}(3; -1; 1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 9; 8)$, $B(-1; 8; 5)$, $C(-2; 10; 10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(2; -5; -2)$, $A_2(-2; -3; -3)$, $A_4(-4; 0; -4)$, $B_1(-3; -6; -3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; -1; 9)$, $B(6; -2; 6)$, $C(3; 0; 10)$, $S(-4; 0; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; -6; -4)$ параллельно плоскости $x - y + z = 3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+5}{-8} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-4}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 3; 4)$, $B(-2; 8; 12)$, $C(2; 1; 1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 3z - 14 = 0 \\ 2x - y - 2z + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1; 8; 9)$ относительно плоскости $-x - 4y - 9z = 33$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-2}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x - y + z + 3 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро DC в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;0;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(5;9;8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(-7;-8;5)$, $\boldsymbol{c}(1;4;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;8;3)$, $B(10;6;4)$, $C(10;3;5)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(-8;4;-8)$, $Q(-9;5;-10)$, $R(0;-1;-1)$, $S(-3;-2;-1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2;-6;7)$, $B(-1;-5;7)$, $C(-5;-5;8)$, и найти расстояние от точки $S(4;8;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(5;-3;5)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-2}{5}$ и $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;2;4)$, $B(12;7;6)$, $C(7;-1;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - z + 2 = 0 \\ -5x - y + 2z - 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-2;7;4)$ на плоскость $x - 4y + 2z = 41$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-4} = \frac{y+7}{-4} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(4;-2;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;1)$, $\boldsymbol{c}(2;1;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-6;-8)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-5;0;-1)$, $\boldsymbol{c}(1;-1;1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;4;1)$, $B(6;5;0)$, $C(9;5;1)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3. $A_1(-2;-7;-6)$, $A_2(3;-14;-16)$, $A_3(0;-3;-3)$, $A_4(-1;-4;-4)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(0;-4;10)$, $B(1;-5;10)$, $C(1;-8;11)$, $S(2;1;3)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;6;1)$ параллельно плоскости $7x + 5y - z + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{-4} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;7;1)$, $B(0;8;-2)$, $C(4;3;11)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y + 3z - 4 = 0 \\ -x + 2y - 4z + 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(4;-7;-9)$ относительно плоскости $x - 5y - 6z = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+7}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 3z + 4 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро AD в отношении $3:1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;3;0)$, $\boldsymbol{b}(-3;-1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-2;1;-2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-3;-6;-7)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -6\boldsymbol{m} + 9\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(4;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-3;1;4)$, $\boldsymbol{c}(4;-1;-14)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(4;5;4)$, $B(13;6;3)$, $C(-4;4;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(2;7;-8)$, $B(-2;1;-9)$, $D(4;10;-6)$, $E(-1;2;-10)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7;6;-2)$, $B(-5;7;-1)$, $C(-6;8;-1)$, $S(-4;8;3)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(7;2;-5)$ параллельно прямым $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{-1}$ и $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-2}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;3;1)$, $B(4;2;0)$, $C(2;5;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x + y - 2z + 1 = 0 \\ -2x + y - 7z + 27 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;3;-6)$ относительно плоскости $8x + 9y - 3z = -24$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+6}{-2}$ и плоскостью $\pi : 2x - 3y + 3z + 9 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $3 : 1$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(3;-3;-2)$, $\boldsymbol{b}(3;-4;-2)$, $\boldsymbol{c}(2;-1;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(6;-2;-3)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;4;-1)$, $\boldsymbol{b}(-5;3;-6)$, $\boldsymbol{c}(10;-3;6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2;7;8)$, $B(1;-3;9)$, $C(1;6;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_2A_3$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_4. $A_1(-3;5;-1)$, $A_2(1;9;-4)$, $A_3(-4;1;-1)$, $A_4(-9;-4;3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6;-3;-1)$, $B(-2;-2;-2)$, $C(-5;-2;-1)$, $S(0;-5;-3)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4;3;10)$ параллельно плоскости $-2x + 3y - z = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-4}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;5;2)$, $B(3;4;2)$, $C(1;7;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + 2y + z - 5 = 0 \\ x + y + z + 14 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(1;0;-1)$ относительно плоскости $-2x - 3y - z - 6 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{-3} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+3}{-4}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + z = -7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро BC в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2; 1; 2)$, $\boldsymbol{b}(1; -3; 2)$, $\boldsymbol{c}(0; 4; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-6; 8; -9)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1; -2; -1)$, $\boldsymbol{b}(-3; -3; -2)$, $\boldsymbol{c}(3; 10; -2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 2; 9)$, $B(10; 3; 12)$, $C(10; 4; 8)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R. $P(1; -3; 2)$, $Q(-1; -8; 2)$, $R(8; 7; -4)$, $S(0; -6; 1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; 9; 7)$, $B(2; 8; 6)$, $C(-5; 8; 5)$, и найти расстояние от точки $S(-4; -5; 2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-7; 1; 7)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y = -6$ и $-x - 5y + z = 1$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 9; 4)$, $B(8; 11; -1)$, $C(3; 8; 7)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + y - 2z - 3 = 0 \\ -3x + y - z + 7 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(11; 4; 0)$ на плоскость $6x + 4y + 3z = -101$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{-4} = \frac{y+8}{-1} = \frac{z+1}{-4}$ и плоскостью $\pi : x + y - z = 2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC, а M делит ребро DD_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{b}(5;2;-1)$, $\boldsymbol{c}(2;3;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;2;5)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-1;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-2)$, $\boldsymbol{c}(4;1;2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5;5;7)$, $B(1;0;4)$, $C(8;7;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 5$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$, площадь грани $A_1A_2A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1. $A_1(2;8;8)$, $A_2(5;13;10)$, $A_4(3;10;9)$, $B_1(4;0;1)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3;10;3)$, $B(-4;9;2)$, $C(0;12;4)$, и найти расстояние от точки $S(8;5;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;-4;2)$ параллельно плоскости $3x - 2y - 7z = 8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+5}{-3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7;3;9)$, $B(6;4;12)$, $C(9;0;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y \qquad - 5 = 0 \\ -x + 7y + z - 1 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(3;-1;0)$ относительно плоскости $5y - 7z = 32$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-6}{-5}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z = -7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра B_1C_1, а M делит ребро AA_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-4;1;-3)$, $\boldsymbol{b}(-3;-5;0)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;-1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;-6;-2)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;2;5)$, $\boldsymbol{b}(1;1;1)$, $\boldsymbol{c}(-11;-5;-9)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0;5;7)$, $B(-1;6;6)$, $C(3;-3;9)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S, площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q. $P(0;7;-6)$, $Q(-1;11;-1)$, $R(-5;6;-8)$, $S(-5;10;-3)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;3;-3)$, $B(-4;7;-6)$, $C(6;2;-2)$, $S(1;2;5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;9;-6)$ параллельно плоскости $x + 2y + z + 3 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z+2}{-1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3;2;8)$, $B(8;-1;6)$, $C(0;4;9)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -\ x\ - y - 5z + 12 = 0 \\ \ \ 2x + y + 4z -\ 2\ = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;0;-18)$ относительно плоскости $-y - 9z = -43$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 6y + 2z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD, а M делит ребро CC_1 в отношении $1 : 2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;3;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;-3;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;4;1)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-4;-10;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(3;1;-2)$, $\boldsymbol{b}(-2;3;4)$, $\boldsymbol{c}(1;-2;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7;0;8)$, $B(12;1;7)$, $C(3;1;8)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -4\boldsymbol{m} + 3\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(-4;5;0)$, $B(1;8;-1)$, $C(1;8;5)$, $D(-1;7;0)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;-2;-4)$, $B(7;2;-3)$, $C(5;-1;-4)$, и найти расстояние от точки $S(5;-6;-3)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(3;1;1)$ параллельно прямым $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-6}{1}$ и $\frac{x+5}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-4}{0}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4;1;9)$, $B(7;3;5)$, $C(8;4;4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 2y \qquad - 5 = 0 \\ x - 7y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(4;19;-11)$ на плоскость $-2x - 5y + 3z - 16 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 5y - 2z = -14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1, а M делит ребро B_1C_1 в отношении $2:3$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-6;1;5)$, $\boldsymbol{b}(-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{c}(0;2;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-10;-4;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(1;-4;-1)$, $\boldsymbol{b}(-2;7;1)$, $\boldsymbol{c}(3;13;-3)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3;8;4)$, $B(4;15;4)$, $C(4;17;5)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 4$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(8;10;-1)$, $B(5;9;2)$, $C(0;14;0)$, $D(10;10;-2)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;1;6)$, $B(7;4;7)$, $C(7;11;8)$, и найти расстояние от точки $S(0;6;2)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-1;-8;7)$ перпендикулярно плоскостям $-7x + y - 7 = 0$ и $4x - y + z - 2 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1;2;0)$, $B(8;-1;-4)$, $C(-1;3;1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x - y - z + 21 = 0 \\ -9x + y \phantom{{}-z} - 25 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(-22;14;17)$ на плоскость $-5x + 8y + 8z + 101 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{5} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-5}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x + y - z = -14$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(1;3;1)$, $\boldsymbol{b}(-1;3;1)$, $\boldsymbol{c}(-2;5;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-2;-2;0)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 5\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{b}(13;19;-18)$, $\boldsymbol{c}(-3;-6;5)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9;0;2)$, $B(12;4;0)$, $C(14;7;-1)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 1$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, площадь грани $A_1A_3A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2. $A_1(0;0;5)$, $A_2(-4;-1;-2)$, $A_3(-1;-2;7)$, $A_4(1;-2;12)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6;-7;7)$, $B(7;-6;5)$, $C(7;-5;12)$, и найти расстояние от точки $S(0;-3;-6)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-2;-3;-5)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и перпендикулярно плоскости $-7x + 2y - z = -6$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2;4;9)$, $B(6;5;12)$, $C(-7;2;2)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 5y - z - 16 = 0 \\ x + y \qquad + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-2;4;13)$ относительно плоскости $-3y - 5z = 8$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y - 5z + 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1, а M делит ребро A_1B_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;-1;1)$, $\boldsymbol{b}(1;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(-3;-2;2)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(7;2;-4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 2\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-1;2;3)$, $\boldsymbol{b}(3;1;-6)$, $\boldsymbol{c}(-3;-4;6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;3;8)$, $B(11;1;10)$, $C(10;2;7)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m}+4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D. $A(2;6;-5)$, $B(6;12;-4)$, $C(5;8;-5)$, $D(3;3;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8;4;-3)$, $B(4;8;-4)$, $C(13;1;-2)$, $S(2;6;8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(10;-1;6)$ перпендикулярно плоскостям $x - y - z + 2 = 0$ и $2x - y - 7z + 5 = 0$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;1;1)$, $B(-5;3;2)$, $C(-8;4;3)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -x - y - 3z - 1 = 0 \\ 3x + 2y + 8z + 3 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(7;2;-4)$ на плоскость $x + 3y + 5z = 63$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z}{6}$ и плоскостью $\pi : x - y + z = 13$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра A_1D_1, а M делит ребро AB в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-2;4;-5)$, $\boldsymbol{b}(-1;-1;2)$, $\boldsymbol{c}(-1;3;-3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-8;-2;4)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{6}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(9;-7;-2)$, $\boldsymbol{b}(4;-3;1)$, $\boldsymbol{c}(-3;2;-2)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1;8;2)$, $B(2;14;2)$, $C(2;13;3)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -3\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 5$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E. $A(4;-5;-7)$, $B(4;-10;-5)$, $D(9;-3;-8)$, $E(0;-4;-7)$.

8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3;-2;-2)$, $B(4;-3;-1)$, $C(4;1;0)$, $S(4;-4;-1)$:

а) составить уравнение плоскости ABC,

б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1;-8;0)$ параллельно плоскости $-2x + y + z - 9 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{1} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+3}{3}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9;0;0)$, $B(8;-2;1)$, $C(11;3;-1)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y + z - 7 = 0 \\ 3x - 3y - z + 12 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти проекцию точки $M(13;-16;14)$ на плоскость $-3x + 3y - 5z + 71 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{4} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + y - 2z = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1, а M делит ребро D_1C_1 в отношении $3:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(2;6;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(-1;-3;3)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;-5;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 1$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{a}(-6;7;-7)$, $\boldsymbol{b}(-3;4;-3)$, $\boldsymbol{c}(14;-17;6)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6;5;5)$, $B(11;6;5)$, $C(7;6;6)$.

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{m} - 3\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 3$, $|\boldsymbol{n}| = 3$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A. $A(-5;-4;2)$, $B(-4;-6;3)$, $C(-6;-8;4)$, $D(-5;-15;7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-3;-9)$, $B(0;-10;-8)$, $C(0;-2;-9)$, и найти расстояние от точки $S(-1;-6;-5)$ до этой плоскости.

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(0;9;-8)$ параллельно плоскости $-2x + y + z - 7 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+7}{2}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8;8;2)$, $B(9;13;9)$, $C(7;4;-4)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y \qquad - 14 = 0 \\ -5x - y + z + 20 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(-3;0;-11)$ относительно плоскости $-3x + 2y - 9z + 33 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+8}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 3y + 3z + 2 = 0$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2021. Группа МТ1-11.

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $\overline{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overline{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overline{AA_1} = \boldsymbol{c}$. Выразить через $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ вектор $\boldsymbol{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1, а M делит ребро A_1D_1 в отношении $1:2$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{a}(-3;0;-4)$, $\boldsymbol{b}(-2;1;-3)$, $\boldsymbol{c}(-4;3;-5)$ образуют базис. Разложить вектор $\boldsymbol{d}(-1;3;-1)$ по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 2\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\boldsymbol{n}| = 2$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти $\text{пр}_{\boldsymbol{y}}\boldsymbol{x}$, при $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(2;3;-3)$, $\boldsymbol{b}(1;2;-2)$, $\boldsymbol{c}(1;-4;-1)$.

5. Найти координаты единичного вектора $\boldsymbol{n}_0$, перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8;1;9)$, $B(9;2;9)$, $C(6;-6;10)$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{m} - 4\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{m} + 4\boldsymbol{n}$ при $|\boldsymbol{m}| = 2$, $|\boldsymbol{n}| = 4$, $(\widehat{\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.

7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D, площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B. $A(5;-1;7)$, $B(-3;-4;11)$, $C(7;0;6)$, $D(8;0;7)$.

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9;7;-2)$, $B(-8;6;-1)$, $C(-10;2;-2)$, и найти расстояние от точки $S(8;-6;0)$ до этой плоскости.

9. Составить уравнение плоскости π, проходящей через точку $M(-5;-4;7)$ параллельно прямым $\frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{6}$ и $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{1}$.

10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0;9;1)$, $B(5;12;8)$, $C(3;11;5)$.

11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - y - 3z - 20 = 0 \\ 2x - y - 2z - 21 = 0 \end{cases}.$$

12. Найти координаты точки M_1, симметричной точке $M(0;-3;-4)$ относительно плоскости $3y + 5z - 22 = 0$.

13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : 3x - y + z = 7$.